

УДК 510.10

**Малыгин В.М.**

Физические основы электромеханики: специальная теория относительности и особенности симметрии системы уравнений Максвелла

Малыгин Вячеслав Михайлович, кандидат технических наук, начальник лаборатории отдела метрологии и измерительной техники НИИ электромеханики (ОАО НИИЭМ, г. Истра, Московская область)

ORCID ID <https://orcid.org/0000-0002-6095-5568>

E-mail: vyacheslav-m-malygin@j-spacetime.com; malygin.viach@yandex.ru

Приведен краткий обзор специальной теории относительности с точки зрения ее физического понимания и применения в электромеханике. Установлено, что предположение А. Эйнштейна о полной симметрии электрических и магнитных явлений, высказанное в работе «К электродинамике движущихся тел», является аксиомой, дополняющей аксиомы электродинамики Максвелла. Показано, что данную аксиому, относящуюся к теории электричества, ошибочно тесно связывают со специальной теорией относительности, в которой рассмотрены имеющие более общий характер понятия пространства и времени, и принятие аксиомы или отказ от нее никак не сказывается на построении специальной теории относительности и использовании ее в электромеханике.

Ключевые слова: электромеханика; специальная теория относительности; электродинамика Максвелла; теория электричества; электромагнитная индукция.

Введение

Одним из великих достижений физики двадцатого века была разработка Эйнштейном теории относительности, возникшей на почве, уже подготовленной трудами Максвелла, Лоренца и Пуанкаре. Это привело к ограничению области использования (при движении тел со скоростями, близкими к скорости света) механики Ньютона, казавшейся нерушимой и всеобщей, но отнюдь не к ее опровержению, потому что линейные скорости макроскопических тел в условиях Земли не превышают значения 8 километров в секунду (значения первой космической скорости), что ничтожно мало по сравнению со скоростью света c в 3×10^5 км/сек в вакууме. В этих условиях в теоретической механике и сейчас используют механику Ньютона, в которую переходит релятивистская механика в случае медленных движений макроскопических тел. Так как возможные релятивистские поправки здесь столь ничтожны, что выходят за пределы точности самых тонких физических измерений¹.

Уточним понятие, под релятивистскими поправками в физике обычно имеется в виду использование преобразований Лоренца, присутствующих в специальной теории относительности Эйнштейна (СТО), называемой релятивистской. В то же время известно, что при малых скоростях эти преобразования Лоренца переходят с пренебрежительно малой погрешностью в преобразования Галилея, используемые в механике Ньютона.

Столь же малые скорости по сравнению со скоростью света мы имеем и в макроскопической электромеханике, в широко распространенных электромеханических преобразователях энергии (в

¹ Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1: Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. С. 15.

электрических машинах), где присутствуют два движущиеся друг относительно друга макроскопических тела, две системы отсчета.

Но вот что касается электромеханики (в отличие от механики), то в курсах физики часто встречается утверждение, что и при малых относительных скоростях движения тел, взаимодействующих с помощью макроскопических стационарных магнитных (или электрических) полей, необходимо прибегать к релятивистской теории, так как, будто бы, только с помощью СТО с ее преобразованиями Лоренца можно объяснить, например, появление электрического поля в инерциальной системе отсчета (ИСО) неподвижного наблюдателя при движении рядом проводника с электрическим током или постоянного магнита – то есть объяснить появление электрического поля вне движущейся ИСО (проводника с током) из-за изменения в этом проводнике, согласно СТО, плотности движущихся с разной скоростью положительных и отрицательных зарядов, как это сделано в курсе физики Р. Фейнмана¹. Или объяснить (со ссылкой на СТО) явление униполярной индукции в курсе теории электричества И. Тамма², когда в одной ИСО (неподвижного наблюдателя) появляется электрическое поле при условии нахождения постоянного магнита (ферромагнетика со своим магнитным полем) в другой (движущейся) ИСО. И корни этого утверждения находим в знаменитой работе Эйнштейна 1905 г. «К электродинамике движущихся тел»³.

Объяснения на основе СТО возникновения такого электрического поля до сих пор вызывают сомнения и возражения⁴, и целью данной статьи является попытка разобраться в его обоснованности. В том числе обратив внимание на значимость его для доказательной базы СТО, взглянув при этом на возникшую проблему под несколько иным углом зрения, чем это было сделано ранее рядом авторов. Которые или отвергали возможность любых сомнений относительно правильности изложенного в большинстве учебников физики понимания работы Эйнштейна 1905 г.⁵, или пытались найти в СТО (в ее системе построения) внутренние ошибки (как правило, безуспешно).

По существу, электромеханика, которую мы здесь рассмотрим, – это та же электродинамика движущихся тел, согласно СТО Эйнштейна, но при скоростях, существенно меньших скорости света, и с ограниченным расстоянием между телами, где в пространстве между телами присутствуют стационарные в системе отсчета их источников (не меняющиеся во времени) макроскопические, усредненные во времени и пространстве поля, как в примерах, приведенных в курсах Р. Фейнмана и И. Тамма⁶. При этом среда, окружающая тела, имеет единичные значения относительных магнитной и электрической проницаемостей (вакуум или воздух), что исключает ее намагничивание и поляризацию.

Конкретные примеры с соответствующими рисунками мы рассмотрим потому, что будем опираться, как в упомянутой работе Эйнштейна⁷, на уравнения Максвелла в дифференциальной форме, для решения которых нужны граничные (краевые) условия. Общее представление о граничных условиях нам и дают рисунки, определяющие направление в трехмерном пространстве электрических токов проводимости (и их границы) и векторов напряженности электрического поля \mathbf{E} и напряженности магнитного поля \mathbf{H} (в рассматриваемых примерах равному вектору магнитной индукции \mathbf{B} в гауссовой системе единиц⁸).

Но прежде чем приступить к разбору конкретных примеров с возникновением электрического поля в курсах Р. Фейнмана и И. Тамма⁹, обратимся к принципам построения СТО.

О физическом понимании СТО

Предварительно заметим, что СТО это только частный случай общей теории относительности Эйнштейна (ОТО), которая, несмотря на название, тоже не может претендовать на всеобщность. Она не согласуется, например, с другой великой физической теорией двадцатого века, с квантовой механикой. Поэтому в физике продолжают попытки создания еще более общей, объединяющей теории,

¹ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып.5. Электричество и магнетизм. М.: Едиториал УРСС, 2004. С. 269.

² Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. С. 548.

³ Einstein A. "Zur Elektrodynamik der bewegter Körper." *Ann. Phys.* 17 (1905): 891–921 S.

⁴ Демирчян К.С. Движущееся электромагнитное поле и электротоническое состояние пустоты // Известия РАН. Энергетика. 2003. № 2. С. 3–20.

⁵ Einstein A. *Op. cit.*

⁶ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч.; Тамм И. Указ. соч.

⁷ Einstein A. *Op. cit.*

⁸ Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3: Электричество. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. С. 354. Здесь и далее полужирными буквами приведены векторные величины.

⁹ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч.; Тамм И. Указ. соч.

например, в виде теории струн¹, но пока неизвестно, верна ли она². Так как нет способов ее экспериментальной проверки (как и многих других подобных гипотез), нет новых явлений, доступных наблюдениям, и новых величин, доступных измерению. А ведь именно *благодаря подобным наблюдениям и измерениям получила признание СТО*.

Что касается математического аппарата, применяемого в СТО и в электродинамике Максвелла, то он достаточно полно изложен в многочисленной литературе, в том числе указанной в списке литературы к данной статье. Но мы рассматриваем физику, и сосредоточим внимание на физическом понимании законов природы, не повторяя (чтобы не перегружать статью) их математического описания. Кстати, заметим, что Эйнштейн в первую очередь был физиком, и вначале счел, например, запись своей теории (СТО) в тензорной форме «излишней ученостью», будучи против излишнего увлечения математической стороной вопроса, хотя позже оценил удобство и компактность такой записи при разработке общей теории³. Вообще же связь физики и математики это отдельная большая тема, лишь чуть затронутая в книге Пайса⁴.

Относительно сущности самой теории Эйнштейна сразу отметим, что СТО *в рамках своих двух постулатов* выглядит безупречно, а кажущиеся парадоксы в СТО вызваны лишь выходом из нее в область действия ОТО или квантовой механики. Постулаты эти, согласно Эйнштейну⁵, следующие.

1. *Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, движущихся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, эти изменения состояния относятся.*

2. *Каждый луч света движется в «покоящейся» системе координат с определенной скоростью V , независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом.*

Длющиеся более века дискуссии относительно СТО и ее некоторых следствий, особенно в электродинамике, связаны с тем, что каждое поколение начинает изучение физики с нуля, научные знания генетически не передаются. А объем всех знаний человечества непрерывно увеличивается (превышая возможности отдельного человека их усвоить) и передается с помощью языка, но словами трудно передать, как это делал Фарадей, сложные физические понятия. Существует еще интернациональный язык математики, без которого физика не может обойтись, и которым воспользовался Максвелл, что помогло ему ввести новое понятие тока смещения⁶. Но все же это разные научные дисциплины, и здесь важна роль именно физического понимания (дать четкое определение которому весьма сложно) математическим языком описываемых процессов в окружающем нас физическом мире во всем их многообразии и взаимосвязи⁷. С появлением письменности, библиотек, компьютеров и интернета возможность сохранения и получения информации увеличилась многократно. В то же время человек может утонуть в этом море информации, да еще часто неполной и противоречивой. И остается только напомнить слова Пуанкаре о том, что сомневаться во всем и верить всему – два решения, одинаково удобные: и то и другое избавляют нас от необходимости размышлять⁸.

«Чтобы усвоить принцип относительности, нужно не бояться думать. Нужно желание передумать “привычные” вещи», – как заметил по поводу изучения СТО Л.И. Мандельштам⁹.

Для физического понимания СТО обратимся в основном к работам Эйнштейна¹⁰, а также и к работам других ученых на эту тему. Эйнштейн не уделял большого внимания разъяснению деталей и следствий своей работы. Он шел вперед в своих исследованиях, часто полагаясь при этом на свою великолепную интуицию, не в его правилах было заниматься техническим развитием основных выдвинутых им идей¹¹. СТО быстро перестала быть в центре его интересов, в дальнейших по-

¹ Грин Б. Элегантная вселенная: Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. 288 с.

² Стюарт И. Истина и красота: Всемирная история симметрии. М.: Астрель: CORPUS, 2012. С. 398.

³ Пайс А. Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна. М.: Наука, 1989. С. 148.

⁴ Там же. С. 167.

⁵ Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. М.: Наука, 1965. С. 10.

⁶ Сивухин Д.В. Указ. соч. Т. 3. С. 331.

⁷ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. С. 28.

⁸ Пуанкаре А. О науке. Пер. с франц. М.: Наука, 1983. С. 7.

⁹ Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972. С. 84.

¹⁰ Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1.

¹¹ Пайс А. Указ. соч. С. 150..

исках общих фундаментальных закономерностей окружающего нас физического мира он обратился к квантовым явлениям, ОТО и единой теории поля, хотя и не везде с одинаковым успехом. Что касается большого числа работ других авторов по СТО, то Капица писал о поводе изучения физики¹, что ошибок в книгах по общей физике почти нет, но каждый автор излагает материал так, как он понятен ему самому и насколько отдельные разделы совпадают с его научными интересами. Поэтому необходимо использовать книги разных авторов, выбор определяется предварительным уровнем подготовки читателя, которому даже чтобы оставаться на месте, нужно быстро бежать, как говорил устами одного из персонажей своей сказки писатель и математик Льюис Кэрролл (а отведенное нам для этого время еще и ограничено).

Здесь мы коснемся только нескольких вопросов из области СТО, имеющих конкретное отношение к затронутой теме.

1. Основным физическим понятием, используемым в СТО, является понятие об инерциальной системе отсчета. По определению, система отсчета, служащая для определения координат и времени события, является инерциальной, если в ней соблюдается закон инерции: изолированное тело (тело, не находящееся под действием сил) движется равномерно и прямолинейно. А изолированность гарантирована, если все другие тела находятся достаточно далеко². Или равномерно и прямолинейно движущуюся систему при достаточном удалении прочих масс, не движущихся вместе с ней, можно считать замкнутой (изолированной), при этом ограничивающая ее поверхность настолько удалена, что на ней поле равно нулю³.

Физически координатная система это всегда материальное тело⁴ или совокупность (система) тел, покоящихся друг относительно друга и сохраняющих взаимное расположение в пространстве. Но абсолютно твердых тел не существует, однако если их перенос в пространстве совершается достаточно медленно, то тела ведут себя достаточно близко к абсолютно твердым телам⁵. Твердые тела (вещество) состоит из совокупности положительных и отрицательных электрических зарядов и обладает большой жесткостью за счет электрических сил (электрических микрополей), действующих между зарядами. А сочетание этих электрических сил и квантово-механических эффектов определяет свойства вещества⁶.

2. Понятия пространства и времени (и их измерение) тоже являются основными в СТО. Рассмотрим сначала присутствующее в СТО утверждение о сокращении длины тела в направлении его движения относительно неподвижного наблюдателя, следующее из преобразований Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\beta}, y' = y, z' = z, t' = \frac{t - xv}{\beta}, \beta = \left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)^{1/2} \quad (1)$$

Эйнштейн пояснил позднее, что вопрос о том, реально (по Лоренцу) сокращение или нет, не имеет смысла. Сокращение не является реальным, поскольку оно не существует для наблюдателя, движущегося вместе с телом; однако оно реально, так как оно может быть принципиально доказано физическими средствами для наблюдателя, не движущегося вместе с телом⁷. Многие авторы работ по СТО ограничиваются здесь замечанием, что тело *кажется* сокращенным в направлении движения. Пайс, например, отмечал, что Эйнштейн впервые положил в основу теории фундаментальный пересмотр проблемы *измерений*, и в статье 1905 г.⁸ впервые дается разумное *наблюдательное* толкование сокращению размеров движущихся тел (динамическому эффекту Лоренца)⁹. Но более полное физическое объяснение дано Борном:

«Таким образом, сокращение представляет собой лишь следствие нашего способа рассматривать материальные объекты, а не какое-то изменение физической действительности. Следовательно, оно *не имеет отношения к сфере действия понятий причины и следствия*»¹⁰.

¹ Капица П.Л. Эксперимент. Теория. Практика. М.: Наука, 1987. С. 224.

² Гинзбург В.Л. О теории относительности. М.: Наука, 1979. С. 125.

³ Мандельштам Л.И. Указ. соч. С. 132.

⁴ Угаров В.А. Специальная теория относительности. М.: Наука, 1977. С. 8.

⁵ Мандельштам Л.И. Указ. соч. С. 186.

⁶ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. С. 9.

⁷ Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. С. 187.

⁸ Einstein A. *Op. cit.*

⁹ Пайс А. Указ. соч. С. 117, 136.

¹⁰ Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М.: Мир, 1972. С. 248.

Что касается понятия времени и его измерений, то время запаздывания информации о показаниях часов, удаленных от наблюдателя на расстояние r , равно r/c . И проблемы с измерением интервалов времени возникают и увеличиваются при увеличении расстояния между ИСО и скорости их относительного движения. Что касается объяснения некоторых парадоксов типа парадокса часов (парадокса близнецов)¹, то они выходят за рамки СТО, нужно обращаться к положениям ОТО, где учитываются силы гравитации и эквивалентность действия сил инерции и гравитации (локальное равенство гравитационной и инертной масс)². В электромеханике в связи с пренебрежительно малым влиянием этих сил на электромагнитные процессы ими можно пренебречь. Хотя бы пока речь не идет о космосе и сверхсильных гравитационных полях, влияющих на ход времени и искривление световых лучей.

3. Таким образом, СТО тесно связана с условиями и способом измерений, получением информации с помощью световых сигналов о событиях в другой инерциальной системе, которая может быть удалена на значительное расстояние от наблюдателя и двигаться с большой скоростью. Из-за наличия предельной скорости света информация будет запаздывать, появятся проблемы с синхронизацией часов и наблюдаемым сокращением длины тел в направлении движения (а наблюдатель не может переместиться в другую систему отсчета, провести необходимые измерения и вернуться), здесь и потребуется СТО. Результаты измерений в разных системах отсчета могут быть разными, и нужно уметь пересчитывать результаты наблюдений, полученные в одной системе отсчета, к результатам, которые могут быть получены в другой. *Само же наблюдаемое явление, как и законы природы, не может зависеть от выбора системы отсчета*³.

4. Согласно приведенным определениям силовое взаимодействие между двумя ИСО (где находятся наблюдатели) или должно отсутствовать (гравитационные, электрические и магнитные поля на границах ИСО пренебрежительно малы), или эти силы должны как то уравниваться. Но между ИСО существует информационная связь (иначе для физики как науки это не представляет интереса). Наблюдатель в одной ИСО судит по результатам проведенных им измерений о значении какой-то физической величины (например, о значении силы или линейных размеров тел) в другой ИСО, и при этом перенос информационного сигнала осуществляется с некоторым запозданием с помощью света, обладающего уникальными свойствами. Скорость светового сигнала в любой ИСО не зависит от скорости его источника, скорость эта имеет максимальный предел, и это второй постулат СТО. Других требований к световому сигналу не предъявляется, если бы мы не знали о волновых свойствах света, а считали его только потоком элементарных частиц, фотонов, это не повлияло бы на построение СТО.

5. Уже на основании выше изложенного становится понятнее, почему СТО носит такой всеобщий, междисциплинарный характер. Все физические явления происходят в пространстве и времени, и в СТО произведено уточнение этих общих понятий, исходя из получаемой информации об их наблюдении и измерении с помощью инструментальных методов.

«Специальная теория относительности служит тем общим фундаментом, который лежит в основе теорий поля. Однако ее трудно считать физической теорией в обычном смысле, т. е. такой теорией, которая пользуется при анализе и истолковании частных явлений. По существу, она является своего рода кинематикой, аналогичной в этом отношении классической механике и проявляющейся во всех физических явлениях»⁴.

СТО вовсе не заменяет электродинамику Максвелла (ЭДМ), она опирается на нее и распространяет ее на область быстро движущихся зарядов, поэтому и проблемы у них общие. До создания СТО подобное расширение ЭДМ на область медленно движущихся тел частично выполнил Герц, а на область элементарных зарядов и микрополей в веществе Лоренц. При этом «одной из наиболее трудных проблем, стоящих перед электродинамикой ... является вопрос о связи между полем и источниками поля»⁵, к чему мы еще вернемся.

6. Вторая часть статьи Эйнштейна 1905 г. посвящена использованию СТО в электродинамике⁶.

¹ Пайс А. Указ. соч. С. 141.

² Тонелла М.-А. Основы электромагнетизма и теории относительности. М.: Изд-во иностранной литературы, 1962. С. 291.

³ Угаров В.А. Указ. соч. С. 11.

⁴ Тонелла М.-А. Указ. соч. С. 7.

⁵ Там же. С. 377.

⁶ Einstein A. *Op. cit.*

Сначала Эйнштейн производит преобразование уравнений Максвелла – Герца для пустого пространства, используя два (из четырех) уравнений, записанных у него в гауссовой системе единиц в виде проекций векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} на три координатные оси. Причем симметрия системы уравнений Максвелла в работе Эйнштейна 1905 г.¹ не обсуждается явно, но находится совсем близко к поверхности². Из системы этих уравнений может быть получено волновое уравнение, и наличие электромагнитных волн подтверждено экспериментально. Возникает единое электромагнитное поле, куда неразрывно входят его вихревые электрическая и магнитная составляющие. В уравнения этого поля векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} входят симметрично. На основании этого Эйнштейн делает заключение об общей симметрии электрического и магнитного полей.

Далее в работе Эйнштейна рассматриваются с позиций СТО оптические явления и микрополя (по Лоренцу) точечных зарядов с учетом конвекционных токов, а также динамика слабо ускоренного электрона³. То есть во второй части рассматривается микроскопическая электродинамика, электродинамика вакуума и точечных зарядов, например, электронов (со своими электрическими и магнитными полями). Размеры электрона составляют около 1/100000 от размеров атома, подавляющая часть объема атома это вакуум и поля, где (по Лоренцу) справедливы уравнения Максвелла.

Но уже к середине прошлого века микроскопическая электродинамика Лоренца, использованная во второй части статьи Эйнштейна 1905 г.⁴, с точки зрения квантовой теории выглядела наивной, хотя ясная и простая картина, представленная Лоренцем, дала чрезвычайно много⁵. Например, свойства отдельного атома твердого тела уже определяют его природу, но некоторые физические явления (электропроводность, ферромагнетизм) оказываются коллективными свойствами атомов⁶, что определяет сложность физики твердого тела. На помощь приходит квантовая механика, но и после соединения электродинамики с квантовой механикой остаются трудности, связанные с самими идеями теории Максвелла (применительно к микромиру), усовершенствовать которую были предприняты попытки, но они не достигли поставленной цели⁷. Уравнениями Максвелла и сейчас пользуются в микромире, но с ограничением. Известно, что они действительны на расстоянии примерно в 100 раз большем размера электрона, так как электродинамика как логически замкнутая физическая теория становится внутренне противоречивой при переходе к достаточно малым расстояниям⁸.

Согласно СТО, взаимодействие зарядов (посредством полей) при движении друг относительно друга происходит с запозданием, определяемым конечной скоростью распространения электромагнитного возмущения в поле. Что в микромире выглядит весьма убедительно с учетом еще и очень больших (по сравнению с размерами самих «точечных» зарядов) расстояний между ними и согласно СТО абсолютно жестких тел, состоящих из таких атомов, вообще не существует.

Эйнштейн о симметрии электромагнитных явлений и об электрическом поле униполярной индукции

В начале статьи Эйнштейна 1905 г. сказано, что при электродинамическом взаимодействии между магнитом и проводником с током (движущимися друг относительно друга телами) должна, *по-видимому*, соблюдаться симметрия, свойственная самим этим явлениям⁹. Это касается возникновения электрического поля с напряженностью \mathbf{E} в пустом пространстве вокруг движущегося магнита (подобно возникновению магнитного поля вокруг движущегося заряда), где и расположен неподвижный проводник. Так как это предположение сделано на основании результатов экспериментов с униполярными электрическими машинами, то понятно, что скорости движения тел при этом существенно меньше скорости света. И полностью отсутствует электромагнитное излучение в окружающее эти машины пространство, а при холостом ходе униполярного генератора можно не учитывать и преобразование механической энергии в энергию электрическую (а упомянутое электрическое поле должно присутствовать).

Согласно уравнениям Максвелла и результатам экспериментов при движении точечного электрического заряда относительно неподвижного наблюдателя в его ИСО кроме электрического поля возникает еще и магнитное поле, оба меняющиеся во времени. При наличии же постоянного элек-

¹ *Ibid.*

² Стюарт И. Указ. соч. С. 294.

³ Einstein A. *Op. cit.*

⁴ *Ibid.*

⁵ Мандельштам Л.И. Указ. соч. С. 135.

⁶ Маделунг О. Теория твердого тела. М.: Наука, 1980. С. 11.

⁷ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 6: Электродинамика. М.: Едиториал УРСС, 2004. С. 314.

⁸ Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2: Теория поля. М.: Наука, 1988. С. 126.

⁹ Einstein A. *Op. cit.*

трического тока в неподвижном линейном проводнике в пустом пространстве вокруг него возникает только стационарное не меняющееся во времени магнитное поле. Если такой длинный проводник еще и движется со скоростью \mathbf{v} в направлении своей оси (или это будет длинный намагниченный поперек постоянный магнит), то в пустом пространстве вокруг него в ИСО неподвижного наблюдателя, по *предположению* Эйнштейна, возникает стационарное электрическое поле

$$\mathbf{E}' = \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{H}}{c}, \quad (2)$$

независимо от того, присутствуют в неподвижной ИСО электрические заряды или нет.

Тогда симметрия соблюдается, и действительно, уравнения Максвелла могут быть записаны в симметричной форме¹, но это подразумевает наличие магнитных зарядов. Принцип симметрии играет в физике и математике важную роль², но бывают и исключения. Известно, что уравнения Максвелла (система всех четырех уравнений) не обладают свойством симметрии относительно электрического и магнитного полей, так как в природе есть электрические заряды, но, насколько известно в настоящее время, нет зарядов магнитных³.

Экспериментальная проверка неподвижным наблюдателем с помощью пробного электрического заряда как будто подтверждает (по силовому воздействию на заряд) наличие такого электрического поля \mathbf{E}' вблизи движущегося магнита. Но это не является полным доказательством правоты Эйнштейна, так как существует и другое объяснение возникновения этой силы, исходя из перемещения в пространстве магнитного поля вместе со своим источником и силовому действию его на заряд (что мы рассмотрим ниже). К сожалению, другого способа (кроме силового воздействия на пробный заряд) для выяснения справедливости одного из этих двух объяснений у нас нет. Поэтому это предположение Эйнштейна можно считать *аксиомой*, дополняющей систему уравнений Максвелла (в которой тела неподвижны), распространяющей ее на область движущихся тел. Вопрос же об истинности аксиом может быть решен, как известно, уже в рамках появления других научных теорий. Ведь и уравнения Максвелла не могут быть выведены логически из предшествующей теории, на них следует смотреть как на основные аксиомы электродинамики, полученные путем обобщения опытных данных⁴ при исследовании макроскопических полей. А как отмечал еще Ампер, подобные уравнения имеют то преимущество, что они не зависят от того, каких взглядов придерживался их автор, и какие теории придут им на смену.

Обсуждаемая аксиома Эйнштейна не имеет прямого отношения к построению СТО, отказ от нее или ее принятие не оказывает влияния на СТО, исходящей из особенностей электромагнитного (светового) излучения, упомянутых в пункте 4.

Заметим еще, что старая и новая формулировки относительно силы, действующей на движущийся в магнитном поле заряд⁵, не имеет отношения к обсуждаемой аксиоме. Это измерение силы наблюдателями в разных ИСО в соответствии с СТО, как рассмотрено выше в пункте 3.

Традиционная точка зрения на униполярную индукцию и возникновение электрического поля

На основании опытных данных можно объяснить появление стационарного электрического поля в ИСО неподвижного проводника (в веществе) сдвигом в пространстве зарядов под действием магнитной составляющей силы Лоренца, при этом подразумевая перенос магнитного поля в пространстве вместе с его источником. Прежде чем обратиться к такому объяснению, рассмотрим, как осуществляется переход от микроскопических истинных полей к полям макроскопическим (a), связь полей и зарядов (b), и движется ли с магнитом его макроскопическое магнитное поле (c).

(a) Усреднение нерегулярных и быстроменяющихся микрополей проводится по так называемому физически бесконечно малому объему⁶. При этом многие явления, обнаруженные при исследовании микрополей, или взаимно компенсируются при макроскопическом рассмотрении (из-за дипольного строения вещество при макроскопическом рассмотрении обычно электрически нейтрально), или не принимаются во внимание, так как мощность теплового, инфракрасного элек-

¹ Матвеев А.Н. Электродинамика. М.: Высшая школа, 1980. С. 344.

² Стюарт И. Указ. соч.

³ Сивухин Д.В. Указ. соч. Т. 3. С. 337.

⁴ Там же. С. 338.

⁵ Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. С. 24.

⁶ Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. С. 45.

ромагнитного излучения из-за хаотического движения зарядов в микромире¹ существенно меньше мощности электромеханического преобразования энергии (а вот, например, в осветительных лампах накаливания ситуация обратная).

(б) Отметим, что наши представления о полях носят абстрактный характер², и нет четкого физического понимания связи зарядов и полей. С точки зрения Фарадея и Максвелла на концепцию поля, электрические заряды представляют собой не особого рода субстанцию, а лишь «узлы» силовых линий поля³. Эйнштейн пытался решить этот вопрос при создании общей теории поля, но в последнем прижизненном издании работы⁴ был вынужден признать, что куда лучше сознаться в нашей нынешней несостоятельности, чем удовлетворяться кажущимся решением (рассматривая заряженные частицы как некоторые сингулярности). И по современным взглядам, заряд и электромагнитные явления неотделимы друг от друга и являются составляющими весьма сложной, пока неизведанной, но единой и родственной структуры⁵. А если магнитное поле постоянного магнита и проводника с током неразличимы, то это приводит к мысли, что нет понимания, нет единой теории возникновения магнитного поля. Предположение (без детального доказательства, особенно по поводу направления вектора \mathbf{H}), что появление магнитного поля можно объяснить, исходя из закона Кулона и СТО (учитывая запаздывание взаимодействия), встречает возражение известных ученых⁶. Мы не будем здесь обращаться к предположениям и ограничимся формальным определением магнитного поля, данным в ЭДМ, исходя из опытов.

(в) Что касается переноса полей вместе с источниками, то в курсах физики вообще не употребляют термин движущееся поле. Двигутся друг относительно друга две ИСО со своими координатными системами. С электрическим или магнитным полями (с воображаемыми силовыми линиями) нельзя связать систему координат, нельзя говорить о движении проводника относительно поля и поля относительно проводника, на что справедливо указано в курсе И. Тамма⁷. Однако можно говорить о движении проводника относительно магнита и движении магнита относительно проводника, это относительное движение двух твердых тел. Но стационарное магнитное поле постоянного магнита неразрывно связано с ним и значения \mathbf{H} определяются в координатной системе магнита. Следовательно, можно считать, что магнитное поле связано с ИСО магнита и переносится в пространстве (движется) вместе с ним. Подобно истинному микроскопическому электрическому полю точечного заряда, как и обнаруживаемому в неподвижной ИСО магнитному полю этого движущегося заряда. Заряд и поле представляют собой единую систему (речь здесь не идет об электромагнитном излучении), могущую совместно перемещаться в пространстве, и при малой скорости заряда поля будут наблюдаться без искажения в неподвижной ИСО⁸. Хотя в курсах электродинамики обычно говорят, что поля изменяются⁹, но связано это скорее с тем, что не принимаются в расчет поля стационарные. Которые в теории электричества ближе к электростатике и к магнитостатике¹⁰ (когда уравнения Максвелла разделяются на две независимые пары), чем к электродинамике.

Следовательно, в нашем случае имеем две инерциальные системы отсчета, в соответствии с принципом относительности не играет роли, которая из них (магнит или проводник с зарядами) движется, а которая считается неподвижной. В обоих случаях имеем движение заряда в магнитном поле. Конечно, в униполярных машинах мы имеем дело с вращающимися системами. Но при небольших угловых скоростях и диаметрах роторов (якорей) электрических машин, имеющих место в электромеханике, влиянием механических ускорений на электрические процессы можно пренебречь¹¹ и рассматривать их как инерциальные системы.

Тогда в ИСО магнита на движущийся заряд q действует магнитная составляющая силы Лоренца

$$\mathbf{F} = \frac{q(\mathbf{v} \times \mathbf{H})}{c} . \quad (3)$$

¹ Тамм И. Указ. соч. С. 470; Матвеев А.Н. Указ. соч. С. 245.

² Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 5. С. 24.

³ Тамм И. Указ. соч. С. 423.

⁴ Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М.: Изд-во иностранной литературы, 1955. С. 45.

⁵ Демирчян К.С., Демирчян К.К. Уравнения электромагнитного поля Максвелла и развитие физической науки // Электричество. 2006. № 1. С. 2–26.

⁶ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 6. С. 264.

⁷ Тамм И. Указ. соч. С. 546.

⁸ Иродов И.Е. Указ. соч. С. 213.

⁹ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 5. С. 276.

¹⁰ Там же. С. 258.

¹¹ Сивухин Д.В. Указ. соч.. Т. 3. С. 189.

Полная формула определения силы Лоренца в виде

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \frac{q(\mathbf{v} \times \mathbf{H})}{c}$$

применима как к макроскопическим, так и к микроскопическим точечным зарядам, движущимся со скоростью в произвольном (постоянном или переменном) магнитном поле \mathbf{H} и в электрическом поле¹ \mathbf{E} . Выражение (3) записано для мгновенных значений входящих в него величин², при ограниченной длине движущегося магнита из-за краевых эффектов значения \mathbf{H} в ИСО заряда будут меняться во времени, согласно ЭДМ появится вихревое электрическое поле, и нужно перейти к полной формуле Лоренца. Но в рассматриваемых нами примерах краевыми эффектами пренебрегают или переходят к вращательному движению магнита.

В ИСО заряда на него действует та же магнитная составляющая силы Лоренца, так как можно считать, что заряд движется в магнитном поле, переносимом теперь уже движущимся магнитом. Сила (3) действует как на отрицательные, так и на положительные заряды, сдвигая их в разные стороны. Между зарядами появляется поле E' , при движении диэлектрика в магнитном поле это может проявляться как его поляризация, это опыт Вильсона³. Если движется отрезок проводника, то на его концах появляются избыточные заряды разных знаков, это опыты при холостом ходе униполярного генератора (известного еще Фарадею). Внутри отрезка проводника макроскопические точечные заряды (не микроскопические) неподвижны, действующие на заряды результирующие силы равна нулю, то есть

$$\mathbf{F} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{0} = q\mathbf{E}' + \frac{q(\mathbf{v} \times \mathbf{H})}{c}.$$

Сумма двух векторов может быть равна нулю, если значения слагаемых равны (по абсолютным значениям) и векторы направлены в пространстве в противоположные стороны, откуда

$$\mathbf{E}' = - \frac{(\mathbf{v} \times \mathbf{H})}{c}. \quad (4)$$

Заметим, что в общем случае сила Лоренца должна быть представлена⁴ через изменение импульса \mathbf{p} во времени в виде

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt},$$

при малых скоростях

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v},$$

как и в классической механике (крайний случай, но широко распространенный на практике в электромеханике, в электрических машинах). И если ускорения отсутствуют или ими можно пренебречь, то и получим, что

$$\mathbf{F} = \mathbf{0}.$$

И еще раз подчеркнем, что в электромеханике, в электрических машинах постоянного тока (с их малыми скоростями, малыми расстояниями между движущимися телами и их малыми размерами) запаздыванием информации и взаимодействия можно смело пренебречь, считая, что, согласно (1),

$$t = t' \text{ и } x = x'$$

(ход времени и размеры одних и тех же тел, наблюдаемые из любой из двух ИСО, практически одинаковы). И даже в электрических машинах переменного тока промышленной частоты, где изменение полей происходит медленно, можно считать скорость распространения электромагнитных волн бесконечной и пренебречь запаздыванием, если линейные размеры рассматриваемой области пространства много меньше длины волн⁵. Что позволяет в электромеханике в указанных условиях *не прибегать к пересчету результатов измерения индукции по правилам СТО*⁶.

¹ Тамм И. Указ. соч. С. 211.

² Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 5. С. 276.

³ Манделъштам Л.И. Указ. соч. С. 104, 130.

⁴ Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Указ. соч. С. 71.

⁵ Матвеев А.Н. Указ. соч. С. 201.

⁶ Тамм И. Указ. соч. С. 355

Как мы рассмотрели выше, одинаковые результаты получаем разными путями – сначала исходя из аксиомы Эйнштейна, а затем исходя из выражения силы Лоренца и переноса магнитного поля в пространстве вместе со своим источником. Так появляется парадокс, два разных объяснения одного и того же физического явления. Только (2) подразумевает наличие поля E' в пустом пространстве, а (4) – наличие в ИСО наблюдателя еще и электрических зарядов разных знаков. Конечно, было бы интересно разобраться с возникшим парадоксом, и такие попытки были сделаны, например, в курсах Р. Фейнмана и И. Тамма¹.

Попытки доказательства аксиомы Эйнштейна

В курсе Р. Фейнмана⁶ рассмотрен пример с относительным движением двух ИСО в виде точечного заряда и проводника с постоянным электрическим током в нем, показанный на рис. 1.

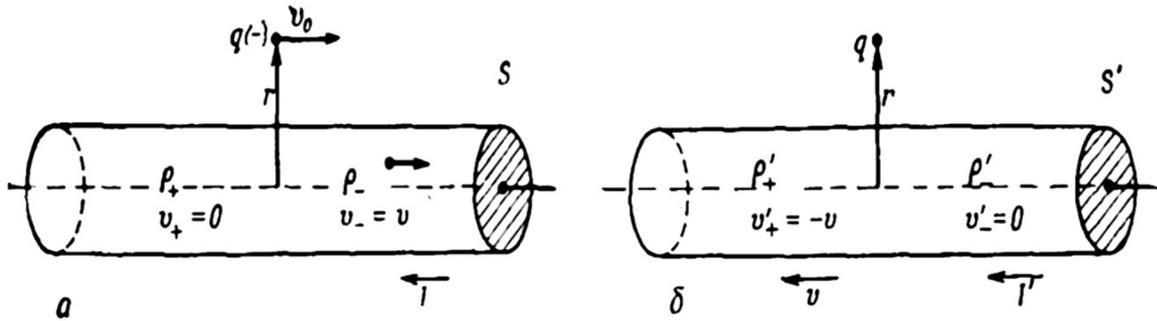


Рис. 1. Рисунок из курса физики Р. Фейнмана³. Взаимодействие проволоки с током и частицы с зарядом q , рассматриваемое в двух системах координат: а) в системе S покоится проволока; б) в системе S' покоится заряд.

Предварительно сделаем небольшое замечание, что, исходя из данных выше определений, заряд q и источник магнитного поля на рис.1 нельзя рассматривать в качестве двух ИСО. Под действием силы F заряд будет двигаться хотя и с постоянной (по модулю) скоростью v , но не прямолинейно, что не соответствует определению ИСО, пункт 1). Ситуацию с ИСО можно исправить и войти в область применения СТО, если разместить рядом два пробных заряда q разных знаков, связанных электрическими силами (диполь). Вот тогда мы и получим две ИСО, движущиеся прямолинейно с постоянной скоростью. Кроме того, задача, иллюстрируемая рис. 1, не определена полностью. Постоянный ток должен быть замкнут, следовательно, изображенный отрезок проволоки с током это часть замкнутой электрической цепи в виде окружности (использовано свойство симметрии) со стремящимся к бесконечности радиусом, то есть предельный случай.

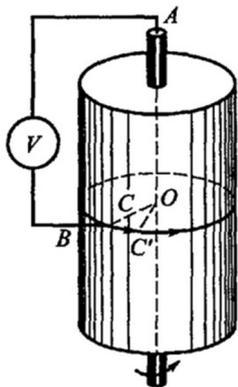


Рис. 2. Рисунок из курса теории электричества И. Тамма⁷.

Главным и решающим возражением против предложенного в курсе Фейнмана⁴ доказательства (далеко не первого в ряду подобных) является то, что сокращение длины движущегося тела, наблюдаемое из неподвижной ИСО (и нарушение баланса зарядов на единице длины проводника), является кажущимся и не может служить причиной появления электрического поля (вспомним пояснения Борна, пункт 2).

И мы даже не касаемся сомнительного вопроса, а можно ли считать направленный дрейф беспорядочно движущихся в микромире электронов (ток) единым телом, связанным со своей ИСО (если вернуться к определению ИСО, пункт 1). Тем более что поток электронов (ток) и ионная решетка в проводнике обмениваются энергией и импульсом, имеет место электрон-фононное взаимодействие⁵ (а это область квантовой механики, а не СТО).

В курсе теории электричества И. Тамма рассмотрена конкретная ситуация с возникновением электрического поля в униполярном генераторе⁶, изображенном на рис. 2.

Задача здесь определена полнее, магнит вращается, точки его движутся по

¹ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 5; Тамм И. Указ. соч.

² Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 5.

³ Там же. С. 270.

⁴ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Указ. соч. Вып. 5.

⁵ Маделунг О. Указ. соч. С. 207.

⁶ Тамм И. Указ. соч.

⁷ Там же. С. 356.

окружности (снова симметрия), а центростремительным ускорением пренебрегаем, его значение устремляем к нулю. Заметим, что это опять предельный, крайний случай в электродинамике с точки зрения физической ситуации при движении тел, обладающих собственным магнитным моментом. При этом значения производных от \mathbf{E} и \mathbf{H} по времени равны нулю, как в статике, поля \mathbf{E} и \mathbf{H} непосредственно не связаны друг с другом (а только с помощью зарядов). А с точки зрения математики, здесь мы имеем подобие особых точек в решении дифференциальных уравнений поля.

Вольтметр на рис. 2 может быть электростатическим (хотя он обладает меньшей чувствительностью), что исключает вопросы о влиянии электрического тока в цепи на электрическое поле и об электропроводности вещества магнита. В курсе теории электричества Тамма утверждается, что электрическое поле (разность скалярных потенциалов которого при экспериментах измеряет вольтметр) возникает во всем пространстве, в том числе в магните, где значения \mathbf{E}' в магните прямо пропорциональны расстоянию от оси магнита, так как,

«согласно теории относительности, движение намагниченной среды возбуждает электрическое поле»¹

(заметим, что в ситуации на рис. 2 движется не среда в стороннем магнитном поле, а источник первичного магнитного поля вместе со своим магнитным полем). Здесь мы сталкиваемся с аксиомой Эйнштейна, а не с ее доказательством. И с равным успехом показания вольтметра (результаты эксперимента) можно объяснить с позиций изложенной выше традиционной теории. А из-за ссылки на СТО возникает противоречие, так как чуть раньше в курсе Тамма утверждается, что в электромеханике при определении значений электродвижущей силы электромагнитной индукции при скоростях, существенно меньших скорости света, можно не прибегать к помощи СТО².

В рассмотренных работах нет доказательств аксиомы Эйнштейна, ситуация такая же, как и с аксиомами, лежащих в основе электродинамики Максвелла. Эйнштейн понимал ситуацию со сложившимся парадоксом, но не придавал этому значения, о чем можно судить по статье 1910 г.:

«Все зависит от точки зрения; тем не менее, эти изменения точек зрения не играют большой роли и, во всяком случае, не могут привести ни к каким противоречиям»³, –

хотя бы до тех пор, пока не будем касаться строения физического вакуума (эфира, пустоты), что и в настоящее время во многом остается областью предположений и гипотез теоретической физики.

Пока же вопрос с доказательством рассматриваемого предположения Эйнштейна остается открытым, и в практических приложениях в основном придерживаются традиционной, опирающейся на результаты экспериментов и более проработанной в деталях точки зрения на возникновение электрического поля при электромагнитной (в частности, униполярной⁴) индукции, исходя при этом из известного в философии принципа («брита Оккама»), согласно которому не следует вводить лишние сущности без необходимости (в логике это достаточность оснований). Тем более что в физике сложилась такая ситуация, что аксиому Эйнштейна (относящуюся к конкретному разделу науки, к теории электричества) тесно связывают с СТО, где рассмотрены имеющие более общий характер понятия пространства и времени.

Из-за такого ошибочного преувеличения роли рассмотренной аксиомы и раздаются утверждения о необходимости использовать СТО в электромеханике и при малых скоростях движения тел, когда в этом нет необходимости, потому что в этих условиях с пренебрежимо малой погрешностью можно использовать механику Ньютона (чего мы коснулись в начале статьи). Все сказанное выше о возникновении электрического поля относится ко всем электрическим машинам постоянного тока, включая биполярные машины, отличающиеся от машин униполярных конструкцией и топологией (организацией магнитного потока в пространстве), а не принципом действия⁵.

Выводы

Предположение А. Эйнштейна о полной симметрии электрических и магнитных явлений является аксиомой, дополняющей аксиомы электродинамики Максвелла, и распространяющей ее на об-

¹ Там же. С. 358.

² Там же. С. 355.

³ Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т.1. С. 162.

⁴ Малыгин В.М. Униполярная индукция: обзор опытов с униполярными электрическими машинами и причины противоречий в объяснении полученных результатов // Электричество. 2013. № 6. С. 62–66.

⁵ Малыгин В.М. Пространственная геометрия электрических и магнитных цепей и принцип действия биполярных и униполярных электрических машин постоянного тока // Электрика. 2007. № 9. С. 28–32.

ласть движущихся зарядов и тел (первичных источников макроскопических стационарных электрических и магнитных полей). Аксиома эта не имеет отношения к специальной теории относительности, не может быть доказана в рамках электродинамики Максвелла и теории относительности, и принятие ее или отказ от нее не оказывает влияния на принципы построения специальной теории относительности.

Электромеханика (особенно при постоянном токе) с точки зрения теории электричества представляет собой особый предельный случай электродинамики, когда поля не меняются во времени, или когда можно пренебречь производной по времени от напряженности электрического поля. В этих условиях в электродинамике Максвелла симметрия электрических и магнитных полей нарушается ввиду отсутствия магнитных зарядов.

В электромеханике при малых скоростях (по сравнению со скоростью света) движения тел и их близком расположении в пространстве запаздыванием электромагнитного возмущения и переноса информации можно пренебречь, вследствие чего применение специальной теории относительности становится излишним.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борн М. Эйнштейновская теория относительности. М.: Мир, 1972. 368 с.
2. Гинзбург В.Л. О теории относительности. М.: Наука, 1979. 240 с.
3. Грин Б. Элегантная вселенная: Суперструны, скрытые размерности и поиски окончательной теории. М.: ЛИБРОКОМ, 2011. 288 с.
4. Демирчян К.С. Движущееся электромагнитное поле и электротоническое состояние пустоты // Известия РАН. Энергетика. 2003. № 2. С. 3–20.
5. Демирчян К.С., Демирчян К.К. Уравнения электромагнитного поля Максвелла и развитие физической науки. // Электричество. 2006. № 1. С. 2–26.
6. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. 319 с.
7. Капица П.Л. Эксперимент. Теория. Практика. М.: Наука, 1987. 96 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
9. Маделунг О. Теория твердого тела. М.: Наука, 1980. 416 с.
10. Малыгин В.М. Пространственная геометрия электрических и магнитных цепей и принцип действия биполярных и униполярных электрических машин постоянного тока // Электрика. 2007. № 9. С. 28–32.
11. Малыгин В.М. Униполярная индукция: обзор опытов с униполярными электрическими машинами и причины противоречий в объяснении полученных результатов // Электричество. 2013. № 6. С. 62–66.
12. Мандельштам Л.И. Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972. 440 с.
13. Матвеев А.Н. Электродинамика. М.: Высшая школа, 1980. 383 с.
14. Пайс А. Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна. М.: Наука, 1989. 568 с.
15. Пуанкаре А. О науке. М.: Наука, 1983. 560 с.
16. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 1: Механика. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. 560 с.
17. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Т. 3: Электричество. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 656 с.
18. Стюарт И. Истина и красота: Всемирная история симметрии. М.: Астрель: CORPUS, 2012. 461 с.
19. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 616 с.
20. Тоннела М.-А. Основы электромагнетизма и теории относительности. М.: Изд-во иностранной литературы, 1962. 483 с.
21. Угаров В.А. Специальная теория относительности. М.: Наука, 1977. 384 с.
22. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 5: Электричество и магнетизм. М.: Едиториал УРСС, 2004. 304 с.
23. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Вып. 6: Электродинамика. М.: Едиториал УРСС, 2004. 352 с.
24. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. М.: Наука, 1965. 700 с.
25. Эйнштейн А. Сущность теории относительности. М.: Изд-во иностранной литературы, 1955. 160 с.
26. Einstein A. "Zur Elektrodynamik der bewegter Körper." *Ann. Phys.* 17 (1905): 891–921.

Цитирование по ГОСТ Р 7.0.11—2011:

Малыгин, В. М. Физические основы электромеханики: специальная теория относительности и особенности симметрии системы уравнений Максвелла / В.М. Малыгин // Пространство и Время. — 2016. — № 1—2(23—24). — С. 89—100. Стационарный сетевой адрес: 2226-7271prov_st1_2-23_24.2016.25.