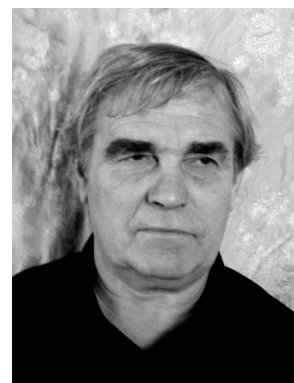


УДК 510.10



А.В. Кочетков



П.В. Федотов

Кочетков А.В.*,
Федотов П.В.**

Единые уравнения электромагнитного поля

*Кочетков Андрей Викторович, доктор технических наук, профессор Пермского национального исследовательского политехнического университета и Саратовского государственного технического университета, член Президиума и председатель Поволжского отделения Российской академии транспорта

E-mail: soni.81@mail.ru

**Федотов Петр Викторович, инженер, эксперт ООО «Научно-исследовательский центр технического регулирования» (Саратов, Россия)

E-mail: klk50@mail.ru

В порядке дискуссии рассматриваются несколько подходов и образовательных технологий преподавания современной физики в высшей технической школе применительно к рассмотрению единых уравнений электромагнитного поля. Приводятся результаты многолетних исследований и консультаций, переписки с ведущими специалистами и научно-педагогическими изданиями.

Ключевые слова: уравнения поля, электромагнитное поле, теория Максвелла, преобразования Лоренца, эффект Доплера.

Введение

Предлагаются уравнения поля, для близкодействующих полей подчиняющихся теореме Гаусса в статическом случае. В настоящее время известны два поля, для которых выполняются эти условия: электрическое и гравитационное. Речь идет не о физической теории единого поля, объединяющей электромагнитную теорию Максвелла с теорией гравитации, а об уравнениях, которым подчиняются поля, удовлетворяющие этим условиям. Поле должно быть близкодействующим, т.е. взаимодействие должно распространяться не мгновенно, а с конечной скоростью c , не обязательно равной скорости света.

1. Уравнения Максвелла

Современная классическая электродинамика – это теория поведения электромагнитного поля, осуществляющего взаимодействие между электрическими зарядами (электромагнитное взаимодействие). Классическая электродинамика основывается на уравнениях Максвелла, сформулированных им в 60-х гг. 19 века на основе обобщения эмпирических законов электрических и магнитных явлений, в виде 13 постулатов. Современная математическая форма уравнений Максвелла дана Г. Герцем и О. Хевисайдом.

В настоящее время уравнения Максвелла существуют в двух формах: интегральной и дифференциальной. Обе формы идентичны друг другу. Использование той или иной формы определяется удобством применения в каждом конкретном случае. «В дифференциальной форме уравнения Максвелла для вакуума:

$$\operatorname{div} E = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho, \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} B = 0, \quad (3)$$

$$c^2 \operatorname{rot} B = \frac{1}{\varepsilon_0} j + \frac{\partial E}{\partial t}. \quad (4)$$

Здесь ρ – плотность стороннего электрического заряда;

j – плотность электрического тока;

c – скорость света в вакууме;

E – напряжённость электрического поля;

B – магнитная индукция¹.

¹ Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. М. Мир, 1966. С. 76.

При решении уравнений Максвелла распределения зарядов ρ и токов j часто считаются заданными. С учётом граничных условий и материальных уравнений это позволяет определить напряжённость электрического поля E и магнитную индукцию B , которые, в свою очередь, определяют силу, действующую на пробный заряд, q движущийся со скоростью v . Эта сила называется *силой Лоренца*:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{u} \times \vec{B}], \quad (5)$$

где u – скорость пробного заряда в магнитном поле.

2. Уравнения Максвелла – Лоренца для микрополя

«Макроскопические уравнения Максвелла описывают среду феноменологически, не рассматривая сложного механизма взаимодействия электромагнитного поля с заряженными частицами среды. Уравнения Максвелла могут быть получены из уравнений Лоренца – Максвелла для микрополя и определенных представлений о строении вещества путем усреднения микрополя по малым пространственно – временным интервалам. Таким способом получают как основные уравнения поля (1), так и конкретную форму уравнений состояния (2), причем вид уравнений поля не зависит от свойств среды»¹.

«При этом было установлено, что движение зарядов относительно зарядов обратного знака, типичное для тока проводимости, вовсе не обязательно для создания магнитного поля; существенно лишь движение электричества относительно точки, в которой наблюдается магнитное поле.

Способность тока проводимости с плотностью j создавать магнитное поле характеризуется в электродинамике тем, что этот ток вносит вклад в выражение вихря напряженности магнитного поля, равный j , как видно из уравнения В.21). Установленная на опыте равноценная способность конвекционного тока создавать магнитное поле означает, что такой ток вносит в выражение $\text{rot } H$ вклад, равный j »².

«Конвекционный ток, перенос электрических зарядов, осуществляемый перемещением заряженного макроскопического тела. С точки зрения электронной теории, любой перенос зарядов, в конечном счете, обусловлен конвекцией (перемещением) заряженных микрочастиц. Этим объясняется полная тождественность магнитных свойств К. т. и тока проводимости (т. е. упорядоченного движения относительно тела электронов, ионов и т.п.), установленная в опытах американского физика Г. Роуланда (1879) и русского физика А.А. Эйхенвальда (1903)»³

«В случае, если токи порождаются только движением свободных зарядов, то

$$j = (\rho_M u_M), \quad (6)$$

j – макроскопический ток,

ρ_M – объемная плотность свободных зарядов,

u_M – средняя скорость свободных зарядов.

Формула (6) означает, что плотность макроскопического тока равна усредненному значению движения элементарных зарядов по всему токопроводящему объему»⁴.

Но, в отличие от уравнений Максвелла, для макрополя, в уравнениях Лоренца для микрополя единственная среда, в которой изучается поле, – это вакуум и поэтому материальные уравнения (2) приводятся к виду

$$\text{div } E_M = \frac{\rho_M}{\epsilon_0}, \quad (7)$$

$$\text{rot } E_M = -\frac{\partial B_M}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\text{div } B_M = 0, \quad (9)$$

$$\text{rot } B_M = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \rho_M u_M + \frac{1}{c^2} \frac{\partial E_M}{\partial t}. \quad (10)$$

В последнем уравнении использовалось известное выражение:

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \quad (11)$$

Для того, чтобы отличать уравнения Максвелла от уравнений микрополя Лоренца, для уравнений микрополя введены индексы М. В остальных уравнениях микрополя Лоренца аналогичны уравнениям Максвелла»⁵.

Для микрополя существует уравнение объемной плотности силы Лоренца⁶

$$f_M = \rho_M E_M + \rho_M [u_M \times B_M]. \quad (12)$$

«...справедливость постулированных электронной теорией четырех уравнений микрополя подтверждается тем, что из них после усреднения получаются четыре основных уравнения Максвелла, которые находятся в согласии с опытом»⁷.

¹ Физический энциклопедический словарь. Гл. ред. А.М. Прохоров. М.: «Большая российская энциклопедия», 1995. С. 390.

² Беллустин С.В. Классическая электронная теория. М.: Высшая школа, 1971. С. 128.

³ Физический энциклопедический словарь. С. 307.

⁴ Беллустин С.В. Указ. соч. С. 136.

⁵ Там же. С. 128.

⁶ Там же. С. 129.

⁷ Там же. С. 137.

Уравнения Лоренца – Максвелла для микрополя исходят из существования полей магнитного и электрического, но если уравнения Максвелла феноменологически вводят понятия макрополя, то в уравнения микрополя Лоренца-Максвелла вводят аналогичные понятия для микроуровня.

3. Уравнения взаимодействия точечных зарядов

Но в действительности нас интересует не усредненное микрополе, аналогичное макрополю Максвелла, а уравнения взаимодействия для отдельных электрически заряженных частиц.

В случае движения точечных зарядов известны следующие соотношения:

$$\rho = qn_0 \quad (13)$$

$$j = n_1 q, \quad (14)$$

$$n_1 = n_0 u, \quad (15)$$

$$j = qn_0 u; \quad (16)$$

здесь ρ – объемная плотность зарядов;

q – заряд частицы;

n_0 – концентрация зарядов;

j – плотность тока;

n_1 – количество зарядов, проходящих через единицу площади за единицу времени;

u – скорость заряда.

«Для частного случая нерелятивистского движения заряда с постоянной скоростью $u^2/c^2 \ll 1$ формулы для полей принимают вид

$$E = \frac{q \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}; \quad (17)$$

$$H = \frac{q [\vec{u} \times \vec{r}]}{4\pi r^3}. \quad (18)$$

Последняя формула соответствует соотношению для движущегося заряда¹:

$$H = \epsilon_0 [uE] \gg^2. \quad (19)$$

Т.к. $B = \mu_0 H = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} H$, то, получим

$$B = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \epsilon_0 [uE] = \frac{1}{c^2} [uE] \quad (20)$$

Подставим (13), (16) и (20) в уравнения Максвелла – Лоренца для микрополя (7)–(9):

$$\text{div } E = \frac{q}{\epsilon_0}, \quad (21)$$

$$\text{rot } E = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial [uE]}{\partial t}, \quad (22)$$

$$\text{div} [uE] = 0, \quad (23)$$

$$\text{rot} [uE] = \frac{1}{\epsilon_0} qn_0 u + \frac{\partial E}{\partial t}. \quad (24)$$

В последних уравнениях опущен индекс М, т.к. уравнения (21)–(24) относятся к взаимодействию точечных зарядов. Уравнения (21)–(24) идентичны уравнениям микрополя (7)–(10), но с существенной поправкой. В последних уравнениях нет упоминания о магнитном поле, электрические заряды – есть, электрическое поле – есть, скорость движения электрических зарядов тоже есть, а магнитного поля нет.

Если подставить уравнение (20) в уравнение (5), то формула силы Лоренца для взаимодействия точечных зарядов принимает вид:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{u}_1 \times \vec{B}] = q\vec{E} + q \frac{1}{c^2} [\vec{u}_1 [\vec{u}_2 \times \vec{E}]], \quad (25)$$

здесь q и u_1 – заряд и скорость взаимодействующего заряда, расположенного в точке P ,

u_2 – скорость заряда, создающего электрическое поле, в точке P , напряженностью E .

Таким образом, предлагается создать классическую электродинамику без магнитного поля.

Причем несмотря на то, что в современной электродинамике принято считать, что существуют только две формы уравнений: уравнения Максвелла для макрополя и уравнения Максвелла – Лоренца для микрополя. На самом же деле таких систем уравнений три. Дополнительно к уже названным системам уравнений существует третья форма – это система уравнений для взаимодействия точечных зарядов.

¹ Там же. С. 161.

² Там же. С. 162.

4. Магнитное поле в электродинамике

Выше мы говорили, что можно построить электродинамику без привлечения понятия «магнитного поля». Тем не менее, в современной электродинамике это понятие занимает важное место. Поэтому необходимо разобраться, что представляет собой феномен «магнитного поля». И почему этот феномен проявляется при движении зарядов.

Рассмотрим движение заряда со скоростью u (рис. 1)

В неподвижной системе отсчета, относительно которой заряд движется со скоростью u , его положение в момент времени t изображается точкой O (рис. 1). Поле в точке P в момент t обусловлено этим зарядом, находящимся в положении M в момент $t_1 = t - r/c$, причем радиус-вектор r соединяет точки M и P , и справедливо равенство

$$MO = u(t - t_1) = \frac{ur}{c} \quad (26)$$

Пусть начало O неподвижной системы координат совпадает с положением заряда в момент t , а положение точки P определяется радиусом-вектором r_0 . Как видно из рисунка 1,

$$r_0 = MP - MO \quad (27)$$

или

$$r_0 = r - u \frac{r}{c} \quad (28)$$

В системе координат движущейся вместе с зарядом расстояние до P всегда определяется радиусом-вектором r_0 . По определению, E :

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\bar{r}}{r^3}, \quad (29)$$

т.е. коллинеарна радиус-вектору действия. Другими словами, в подвижной системе координат (в которой заряд неподвижен) вектор напряженности электрического поля (E) коллинеарен r_0 . А в неподвижной (относительно которой заряд движется со скоростью u) напряженность электрического поля (E) коллинеарна радиус-вектору взаимодействия с учетом запаздывания, т.е. r .

Т.к. напряженность поля E не коллинеарна радиус-вектору действительного положения заряда в момент времени t (из-за запаздывания), то тем самым нарушается радиальная симметрия электрического поля заряда. Разложив вектор E , на два ортогональных вектора E_0 и H , мы получим два вектора один из которых радиальный и называется напряженностью поля движущегося заряда (E_0), а второй, ортогональный первому и называется напряженностью магнитного поля.

Ясно, что в той системе координат для которой $u = 0$, в ней $E = E_0$ и $H = 0$. Т.е. в подвижной системе координат, в которой заряд неподвижен и запаздывание отсутствует, «магнитное поле» равно нулю.

Таким образом, то, что называется «магнитным полем», на самом деле является чисто кинематическим эффектом, который появляется только по причине близкодействия электрического поля, точнее, запаздывания взаимодействия, т.к. электрическое взаимодействие распространяется со скоростью света c ¹.

Сказанное выше ни в коем случае не означает, что надо немедленно отказаться от использования термина «магнитное поле», т.к. это понятие хорошо разработано в современной физике. Существует прекрасно разработанный математический аппарат, многие приборы реагируют именно на «магнитное поле» и тем самым, хотя самого магнитного поля не существует, но понятием под названием «магнитное поле» пользоваться вполне можно и даже удобно для некоторых практических применений.

5. Условия существования уравнений Максвелла – Лоренца для любых полей

Теперь можно сформулировать условия, при выполнении которых для любого поля будут обязательно существовать уравнения Максвелла – Лоренца.

Первое условие очевидно: это закон Гаусса. Который входит первым уравнением в систему уравнений Максвелла. Его суть в том, что для неподвижных зарядов поля напряженность поля обратно пропорциональна квадрату расстояния от заряда до рассматриваемой точки, в которой измеряется напряженность поля.

Второе условие логично вытекает из рассмотрения вопроса о «магнитном поле». В электродинамике феномен «магнитного поля» появляется как чисто кинематический эффект запаздывания взаимодействия в виду конечной скорости распространения электрических возмущений поля. Поэтому логично предполагать, что если для какого либо вида поля (кроме электрического) возмущения распространяются с конечной скоростью (не

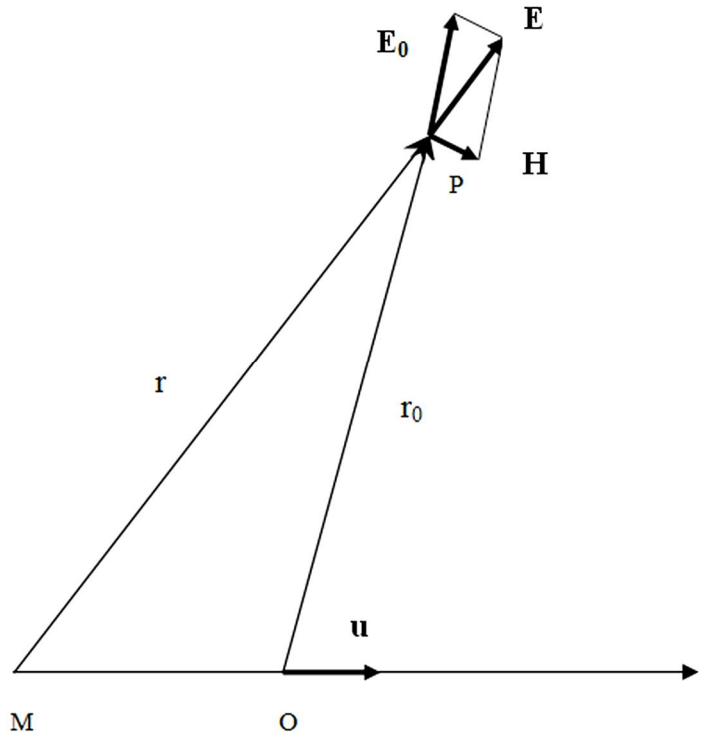


Рис. 1. К расчету поля точечного заряда

¹ Поля, возмущения которых распространяются с конечной скоростью, называются близкодействующими. В отличие от дальнедействующих полей, возмущения которых распространяются в пространстве мгновенно.

обязательно со скоростью света, но обязательно с конечной скоростью) для такого поля, очевидно, будет существовать «магнитный эффект» поля.

Таким образом, два условия существования уравнений Максвелла – Лоренца можно кратко сформулировать так:

1. Для неподвижных зарядов поля должен, безусловно, выполняться закон Гаусса (закон обратных квадратов).
2. Поле должно быть близкоедействующим. Скорость распространения возмущений поля должна быть конечной.

6. Эффект Доплера

При рассмотрении поперечного эффекта Доплера для волн, было показано¹, что в случае одновременно движения источника и приемника величина изменения частоты (эффект Доплера) зависит только от относительного движения источника и приемника. И при движении источника и приемника, в одну сторону и с одинаковой скоростью, мы определили, что в этом случае эффект Доплера для волн не наблюдается. Но для поля это не так.

На рис.2 показаны два взаимодействующих заряда A и B , движущихся параллельно друг другу со скоростью u . В момент времени t первый находится в точке A_0 , а второй заряд – в B_0 . Напряженность поля первого заряда в точке B_0 определяется положением заряда A в момент времени

$$t_1 = t - \frac{r}{c},$$

т.е. при действительном расстоянии между зарядами $R = A_0B_0$, взаимодействие происходит с расстояний

$$R' = A_0B_1 = A_1B_0.$$

Принципиальная разница эффекта Доплера для волн и для поля состоит в том, что для волн существенна только разница расстояний, проходимых волной в разных периодах колебаний, а для поля существенно изменение запаздывающего расстояния взаимодействия. Из рисунка 2 видно, что данный случай для поля аналогичен случаю подвижного источника и неподвижного приемника для волн. Т.о., можно воспользоваться формулой из акустики, заменив время T на радиус r . В этом случае получим

$$r' = \frac{r}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}. \quad (30)$$

Рис. 2. Два взаимодействующих заряда

Подставив (30) в уравнение силы Кулона, получим

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r'^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \left(1 - \frac{1}{c^2} \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{v^2}{c^2}\right) = q_1 E_2 - q_1 E_2 \frac{v^2}{c^2}. \quad (31)$$

При подстановке (20) в последнее уравнение получим:

$$F = q_1 E_2 - q_1 v B_2 \quad (32)$$

или в векторном виде

$$\vec{F} = q_1 \vec{E}_2 - q_1 [\vec{u}_1 \vec{B}_2] = q_1 \vec{E}_2 - q_1 \left[\vec{u}_1 \times \frac{[\vec{E}_2 \times \vec{u}_2]}{c^2} \right]. \quad (32)$$

Последняя формула – это уравнение силы Лоренца, которая является результатом действия эффекта Доплера для поля. Так как эффект Доплера является результатом распространения возмущений поля с конечной скоростью c , то для существования силы Лоренца для любого вида поля достаточно второго условия существования уравнений Максвелла для данного вида поля. При выполнении условий 1 и 2, уравнения поля образуют полную систему уравнений описания поля: уравнения Максвелла – Лоренца и уравнение силы Лоренца.

7. Уравнения гравитационного поля

Выше были приведены два условия, при выполнении которых поле подчиняется уравнениям Максвелла, проверим это для гравитационного поля. Первое условие для гравитационного поля выполняется однозначно, т.к. по закону тяготения сила обратно пропорциональна квадрату расстояния. Второе условие, о близкоедействии и распространении возмущений поля с конечной скоростью, до сих пор экспериментально не подтверждено. В общей теории относительности постулируется, что сила тяготения распространяется со скоростью света. Если принять гипотезу, что гравитационное поле является близкоедействующим (распространяется с конечной скоростью), то оно подчиняется уравнениям Максвелла и для него действительно уравнение силы Лоренца.

Выводы

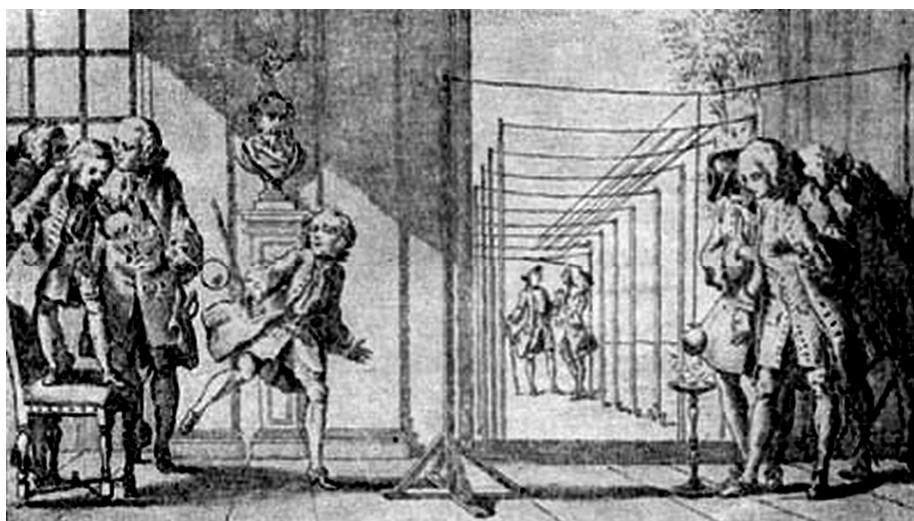
1. Несмотря на то, что в современной теории электродинамики принято считать, что существуют два вида уравнений Максвелла – Лоренца, на самом деле существуют три формы уравнений Максвелла – Ло-

¹ Кочетков А.В. Новое в эффекте Доплера: принцип зеркальности и общие уравнения / А.В. Кочетков, П.В. Федотов // Интернет-журнал Науковедение. 2012. № 4. С. 3.

- ренца, это: уравнения для макрополя, уравнения для микрополя и уравнения для точечных зарядов.
- Из уравнений, для микрополя и взаимодействия точечных зарядов, следует, что магнитного поля не существует, как отдельной физической сущности. На самом деле, существует магнитная поправка к взаимодействию неподвижных зарядов.
 - Сила Лоренца – это отображение факта запаздывания поля при движении зарядов (эффект Доплера для поля). В результате запаздывания взаимодействия даже при равномерном и прямолинейном движении заряда появляется «магнитное» поле, величина силы взаимодействия между зарядами зависит от величины и направления скорости движения зарядов. При переходе к другой системе отсчета необходимо компенсировать изменение скорости введением внешнего «магнитного» поля.
 - Принцип относительности Галилея в электродинамике необходимо заменить на другой принцип относительности, учитывающий «магнитное поле», зависящее от скорости источника поля, потому, что величина скорости входит в уравнения (в «магнитный» член), и любое изменение скорости относительно системы отсчета изменяет величину «магнитного» взаимодействия. По теории относительности Галилея, все системы отсчета, движущиеся относительно друга и относительно неподвижной системы отсчета с любой скоростью, но без ускорения, инерциальные, и поэтому при переходе от одной системы отсчета к другой нет необходимости учитывать изменение скорости, т.к. в классической механике изучаются движения абсолютно твердых электрически незаряженных тел. В электродинамике это не так, взаимодействия зарядов при движении отличается от взаимодействия в механике тем, в уравнение силы взаимодействия входит член, зависящий от величины скорости («магнитное поле»).
 - Эффект изменения силы взаимодействия зарядов в электродинамике аналогичен эффекту Доплера для волн, с той разницей, что в случае взаимодействия электрических зарядов существенно изменение расстояния взаимодействия (запаздывающие потенциалы). Дополнительная (магнитная) сила, входящая в уравнение взаимодействия электрических зарядов, аналогична инерциальным силам в механике.
 - Если любое потенциальное поле подчиняется закону обратных квадратов и при этом взаимодействие зарядов данного поля происходит не мгновенно, а с конечной скоростью, то это поле подчиняется уравнениям Максвелла – Лоренца.
 - Если принять гипотезу, что гравитационное взаимодействие распространяется не мгновенно, а с конечной скоростью, не обязательно равной скорости света, то в этом случае гравитационное поле полностью подчиняется уравнениям Максвелла – Лоренца. Если гравитационное поле также подчиняется уравнениям Максвелла – Лоренца, то оно, как и электрическое поле, инвариантно относительно преобразований Лоренца.

ЛИТЕРАТУРА

- Беллюстин С. В. Классическая электронная теория. М.: Высшая школа, 1971.
Bellyustin S.V. (1971). Klassicheskaya elektronnaya teoriya. Vysshaya shkola, Moskva.
- Кочетков А. В. Новое в эффекте Доплера: принцип зеркальности и общие уравнения / А.В. Кочетков, П.В. Федотов // Интернет-журнал Наукоедение. 2012. № 4. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://naukovedenie.ru/PDF/47tvn412.pdf> 47ТВН412.
Kochetkov A.V. (2012). Novoe v effekte Doplera: printsip zerkal'nosti i obshchie uravneniya. A.V. Kochetkov, P.V. Fedotov. Internet-zhurnal Naukovedenie. N 4. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/47tvn412.pdf> 47ТВН412.
- Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Т. 6. М.: Мир, 1966..
Feinman R., Leiton R., Sends M. (1966). Feinmanovskie lektzii po fizike. T. 6. Mir, Moskva.
- Физический энциклопедический словарь / Гл. ред А.М. Прохоров. М.: «Большая российская энциклопедия», 1995.
Fizicheskii entsiklopedicheskii slovar'. Gl. red A.M. Prokhorov. «Bol'shaya rossiiskaya entsiklopediya», Moskva, 1995.



Опыты с электричеством в 1740 г. Гравюра Шарля Николя Кошена. XVIII в.