

УДК 33.01:339.7/9:51-7



Мелокумов Е.В.

## О применении конструкции «жадной суммы» к теориям денег и оптимального управления

### Часть 1. Проблематика конструктивного определения денег

Мелокумов Евгений Витальевич, выпускник МГИМО (1993) и Лондонской школы экономики (1997), независимый эксперт

E-mail: eugenevm@mail.ru

Обсуждаемое в статье представление о том, что деньги есть энергия цивилизации, выраженная экономически, предполагает возможность построения соответствующей модели экономической динамики, в которой деньги есть функция состояния экономической системы. Обоснование существования функции денег как математического объекта (в отличие от классического описания денег через их функции) с выбором тех параметров, которые соответствуют нашим ограниченным возможностям для содержательного численного измерения в экономике, а также связанный с этой функцией вывод принципа инвариантности макроэкономического регулирования, представляют собой основную проблематику и результат статьи.

**Ключевые слова:** энергетическая функция состояния мировой экономической системы, субстанциональные мировые деньги; жадная дзета-функция числового массива, ряд Дирихле, автотрофно-экологическая полезность, метаболическое время, эффективная занятость, рациональное использование ресурсов, антропогенное воздействие на среду обитания; теория оптимального управления, принцип инвариантности макроэкономического регулирования.

#### Исходные предпосылки

Для экономической науки деньги, подобно времени в естествознании, являются исходным понятием. Аналогия со временем как неопределяемым в физике представлением обращена к общим в методологическом отношении способам конструктивного описания времени и денег – реляционному и субстанциональному подходам. Общетеоретический статус категории денег согласуется со ставшими классическими способами их описания – функционированием денег в качестве средства обращения и платежа (реляционный подход – как отношение между товарами и услугами), выполнением функции сохранения богатства и функционированием в качестве мировых денег (подобие субстанционального подхода) и, наконец, в качестве меры стоимости (реализующий принцип дополненности двух подходов). Последняя функция денег оказывается наиболее нетривиальной и проблемной в методологическом отношении – именно она порождает использование неявных определений (например, количество общественно необходимого труда в трудовой теории стоимости). Потому изучение денег, вообще говоря, составляет предмет науки лишь в той части, в какой деньги, находящиеся в обращении, становятся параметром макроэкономического описания с точки зрения агрегированных балансовых уравнений. Однако любая попытка построения непротиворечивой «теории взаимосвязанного максимизирующего поведения» (выражение В.В. Леонтьева)<sup>1</sup> в экономике и соответствующий этому выбор параметров для агрегированного описания неизменно сталкивается с проблемой эмпирического обоснования сделанных предположений и пределами возможностей самих формализованных описаний, границами применимости результатов. Слово «непротиворечивая» применительно к экономической теории характеризует правило, согласно которому выводы модели не должны объясняться исключительно предпосылками самой теории, а предпосылки должны содержать информацию о том, какие факты при адекватном использовании сделанных определений теория не в состоянии будет объяснить.

Таким образом, исходным для экономической науки понятием, в отношении которого возникает вопрос о возможности если не инвариантных определений, то по крайней мере поиска новых конструктивных средств описания, является категория денег. Сделанный акцент на сочетании реляционного и субстанционального подходов в теории денег не случаен: их дополненность позволяет как избежать логических ошибок, так и рассматривать эволюционирующую экономическую систему как открытую (на что «собственно» и нацелен субстанциональный подход) по отношению потокам ресурсов и неконтролируемым факторам внешней среды или факторам риска. Эволюция в такой открытой системе обычно носит необратимый характер. Потому в методологическом отношении акцент делает-

<sup>1</sup> Леонтьев В.В. Экономические эссе. М.: Политиздат, 1990.

ся на то, как эволюционирует система, что она производит и сохраняет, а не на то, из чего она состоит. Подобный синтез создает новые возможности для построения нового вида производственных функций и нелинейных динамических моделей экономического роста. Хозяйственная система в этом случае не описывается исключительно в терминах ее свойств, и возможны вариации на тему соотношений неопределенности в экономике: так, прибыли и риски в экономике не имеют точного совместного измерения, а категория мгновенной прибыли не является сколько-нибудь осмысленной. Отдельно взятый человек, обладающий свободой воли и принимающий хозяйственные решения, становится в определенном смысле субъектом и объектом действия одновременно. Статистическое описание применимо в этом случае не к событиям, описывающим экономический процесс, а к состояниям при принятии хозяйственных решений, имеющим устойчивые частоты и характеризующим типы инвестиций и потребления.

Формирование нового понятийного аппарата требует расширения круга взаимосвязей экономической науки с теорией оптимального управления, что может выражаться, в частности, в интерпретации результатов одной дисциплинарной области науки на языке другой. Постановка новых задач смещает акценты с попыток обоснования существующих механизмов распределения и управления на поиск параметров управления, которые придадут новые смыслы существующим теоретическим феноменам и позволят говорить о реализуемости программ экономического роста с иных управленческих позиций и в новых реалиях сегодняшнего дня (применительно, например, к классическим математическим моделям экономического роста В.В. Леонтьева и Дж. фон Неймана). Разумная макроэкономическая политика не может не учитывать в таком случае предпосылок синтеза новых типов управлений, актуализирующих сочетание централизованных методов регулирования экономики и рыночных механизмов, с рассмотрением новых смыслов понятия эффективности. Сформулируем на первый взгляд общий вопрос: какова природа инфляции, имеют ли механизмы возникновения инфляции универсальный характер и какие параметры макроэкономического описания существенно необходимы для формирования гипотетической политики *устойчивого неинфляционного роста*? Теоретический поиск с изучением условий, при которых параметры агрегированного макроэкономического описания естественно рассматривать как некие параметры управления – что применимо к сформулированному в работе принципу эффективной занятости – позволяет избежать непреодолимых барьеров между формальной теорией и приложениями, касающихся как вопросов сегодняшнего дня, так и перспективы развития. Так, в рамках концепции субстанциональных мировых денег могут быть сформированы критерии оценки потенциала отдельных экономик и национальных валют в контексте проекта создания наднациональной мировой валюты, а также качественно новые подходы к организации рынков капитала.

### 1. О конструктивном определении денег

Известно, что формализм количественной теории денег строится на нескольких соотношениях, одно из которых определяется как эластичность цен относительно изменения денежной массы, а другое связывает национальный доход и количество денег (значения денежной базы). Долгосрочное соотношение между размером денежной базы и валовым внутренним продуктом, или степень монетизации экономики, является одним из основных индикаторов, который среди прочих может определять формулировку количественных задач в области макроэкономического управления. Например, по Дж. Кейнсу, это «долгосрочное соотношение ...будет зависеть от предпочтения ликвидности, а устойчивость или неустойчивость цен в долгосрочном аспекте будет зависеть от интенсивности повышательной тенденции единицы заработной платы (или, точнее, издержек) по сравнению с темпами роста эффективности производственной системы»<sup>1</sup>. При подобном описании не только делается необходимый акцент на временной структуре, характеризующей функционирование денег в экономике, но также постулируется способ макроэкономического агрегирования, при котором совокупный спрос неизбежно характеризует некую *абстрактную* товарную массу. Соответственно этому некое абстрактное количество денег «поглощает» эту массу, что наглядно представляется с использованием известных символов в соотношениях вида:  $MV = PQ$  или  $MV = D$ , где  $M$  – количество денег,  $V$  – скорость обращения денег,  $P$  – уровень цен,  $Q$  – реальный объем производства,  $D$  – кейнсианский эффективный спрос. Здесь некое количество денег полагается заданным – априорно существующим в финансово-экономической системе уже в силу существования какого-либо произвольного товара, на который возникает денежный спрос. Подход, согласно которому агрегированный спрос становится функцией денег и наоборот, обусловлен балансовыми соображениями, определяющими вид вышеприведенного уравнения. В рамках все той же схемы при дополнительных предположениях, относящихся к условиям неоднородности экономики, деньгам не отводится роль нейтрального фактора, а по их количеству могут вычисляться теоретические «денежные оптимумы» того или другого абстрактного товара, для производства которого потенциально существует достаточная производственная база.

Однако постулирование данных функциональных связей даже с учетом всякого рода временных лагов характеризуется стационарностью и не предусматривает зависимостей от времени или используемых ресурсов. То есть отсутствует динамическое видение мира как условие построения экономической модели. Отсюда способ сравнения темпов роста издержек и производительности производственной системы – они определяются в денежных величинах, и сами деньги определяются тривиальным образом как средство платежа (здесь можно было бы сказать, что деньги определяют сами себя в этом качестве, а понятие «денежной эффективности» приобретает неясный смысл «эффективности самих денег»). Как следствие, необходим вывод: неявная формулировка функции агрегированного спроса допускает аналитическое определение лишь при соблюдении симметрии, связанной с неявным определением денег. Недостатки этого определения порождают, например, ситуацию, когда новыми деньгами в системе или «специфическим товарным видом» становятся такие объекты купли-продажи, как наркотики, криминализованный оборот индустрии насилия, «продукция» других специфических рынков, что даже без использования аргументов этического порядка является, по меньшей мере, антиинтуитивным. Экономическим аргументом против неявных методов и решений, порождаемых семейством количественных теорий денег, становится тот факт, что отходы производства и потребления в современной экономике превышают количество

<sup>1</sup> Кейнс Дж.М. Общая теория занятости, процента и денег. М: Прогресс, 1978.

«условно полезного вещества» в десятки раз. При этом естественно возникает вопрос о том, насколько существующая теория денег и цен учитывает цену образования и захоронения отходов в контексте возможного альтернативного использования *ограниченных, но не обязательно лимитирующих рост экономики ресурсов*. Рассматривая эффективность как относительное понятие (использование ресурсов может быть эффективным с точки зрения одной экономической цели и не быть эффективным с другой), естественно задаться вопросом о том, каким образом структурировать категорию денег, чтобы стали возможны недвусмысленные теоретические и практические оценки эффективности в денежном выражении. В результате создаются непротиворечивые предпосылки для корректного определения экономических целей и задач в условиях современной экономики (и, что не менее актуально, анализируются последствия факта имущественной дифференциации при распределении доходов).

Так называемые посткейнсианские теории эндогенных денег делают акцент на процессе «создания» денег внутри экономики, а точнее внутри банковской системы. Отдельные исследования рассматривают рост кредитования, обусловленного спросом на необеспеченные залогами кредитные ресурсы, как фактор, приводящий в итоге к росту денежной массы (созданию денег), и этот процесс характеризуется именно данной направленностью причинных связей: не монетарные власти, а банковская система сама по себе (даже при отсутствии центрального банка) «наполняет» экономику новыми деньгами. Определение денег при этом остается традиционным: сущность денег проявляется в выполняемых ими функциях. Функционирование денег как средства платежа или как средства накопления богатства оценивается с точки зрения их влияния на функционирование экономической системы в целом. Например, проблема безработицы связывается с выполнением деньгами функции средства накопления богатства. Однако, отсутствие новых первичных элементов теории ограничивает возможности дополнительного анализа.

«Хорошие» и «плохие» деньги как объекты анализа возникают в теории рынков с асимметричной информацией, где рассматриваются теоретические условия как гипотетического, так и реально наблюдаемого рыночного коллапса в отдельных секторах экономики. При этом в целях последующего изложения необходимо отметить, что экспликация зависимостей между полезностью и деньгами в экономической теории (например, ожидаемая полезность денег представима в виде функции от денежных товарных цен) содержательно исключает тезис неоклассической теории о постоянной предельной полезности денег (ПППД), выдвинутого Маршаллом применительно к количественным полезностям и не получившего достаточного теоретического обоснования. Актуальность этого замечания, в частности, связана с тем, что в теории оптимального управления интегральный функционал мгновенной полезности содержит все проблемные методологические предпосылки условно денежного измерения полезности. Так, динамические модели экономического роста часто используют в качестве целевой функции интегральный функционал мгновенной полезности, представленный индексом потребления Дигсита-Стиглица. Содержательные предпосылки использования функционала такого вида не только ограничивают возможности интерпретации результатов, но и производят в некотором смысле подмену понятий: из того факта, что в современной экономике экономические субъекты, как правило, не являются одновременно и собственниками и наемными работниками, никак не следует реалистичность допущения о том, что отдельными индивидуумами принимаются решения о производстве *именно тех товаров, которые могут производиться и потребиться полностью, без образования излишков*. Игнорируется ресурсная сторона вопроса и проблема отходообразования при оценке эффективности использования ресурсов. В таком виде функция полезности представляет собой некий конструкт суррогатных денег.

С учетом вышеизложенного цель статьи – сформулировать подход с методологическим обоснованием допустимой конструкции функционирования денег в экономике, математические объекты которой эксплицируют их содержательные характеристики, а именно описывают свойства денег агрегированными параметрами (величинами), связывающими понятия времени и ресурсов. Традиционное рассмотрение времени и денег как взаимобусловленных феноменов или понятий предполагает наличие способов их взаимосвязанного описания. В рамках формулируемого подхода деньги не являются исходным средством описания экономической системы, а становятся производным понятием или функцией от других определяемых параметров. В этом случае реализуется эмпирически обоснованный подход к выбору параметров агрегирования экономической деятельности с поиском «подходящих» абстрактных средств. Как следствие, одним из обсуждаемых результатов становится придание новых смыслов понятию «оптимальности» и поиску управляющих параметров в контексте макроэкономического регулирования. Генерализованная метафора, благодаря которой излагаемый подход стал возможен, проста и интуитивно понятна: «деньги – это энергия цивилизации, выраженная экономически».

## 2. Субстанциональные мировые деньги, «метаболическое время» и принцип эффективной занятости населения

**Деньги как функция: обоснование.** Основное предположение состоит в том, что естественное (не аксиоматическое) обоснование существования функции денег связано с возможностью описания экономических фактов и явлений на формальном языке с интерпретацией уже известных математических объектов. Универсальность этих объектов понимается в том смысле, что алгебраические структуры содержат важную арифметическую информацию, «воспроизводящую» некие идеальные свойства в соотношениях фундаментальных экономических величин, при этом искомые уравнения могут выводиться из экономических соображений, а не просто угадываться.

Очевидно, что такого рода прикладной подход предполагает комбинацию точных и гуманитарных методов в параметризации экономической динамики и выборе экономических величин, измерение которых, во-первых, устраняло бы всякий произвол и противоречивость, связанную с возможностью подстановки неких других, «альтернативных» параметров в рассматриваемую модель, и, во-вторых, позволяло бы получить некий результат вычислений, который бы содержал существенно новую информацию и выводы в дополнение к исходным словесным формулировкам, позволяя существенно дополнить их. Язык математики в таком случае мог бы расширить представления о деньгах, связываемые с существованием уравнения состояния мировой экономической системы. Эти оценки способны изменить привычные представления о стоимости денег во времени, обычно формализуемые в форме достаточно произвольной процедуры дисконтирования потоков платежей.

Приведем требования к математической структуре, объекты которой обладают необходимыми свойствами для описания содержательных характеристик функционирования денег в экономике. Подходящий кандидат на место такой структуры должен удовлетворять следующим требованиям:

а) Согласованность с утверждением, что деньги как экономический референт времени (по словам Дж. Кейнса, «важность денег в основном как раз и вытекает из того, что они являются связующим звеном между настоящим и будущим»<sup>1</sup>) необходимы для обеспечения оптимальных стоимостных (ценовых) пропорций при переходе к новой временной структуре затрат и «наилучшей» в смысле оптимальности структуре экономики (или структурам эволюционирующей экономики при создании технологических нововведений и минимизации рисков, связанных с устойчивостью развития); другими словами, интерпретируется выражение «время – деньги» с реализацией принципа дополнительности отмеченных выше реляционного и субстанционального подходов;

б) Необходимость содержательной интерпретации постулата неоклассической теории о постоянной предельной полезности денег в рамках теории кардиналистской полезности (constant marginal utility of money) с определением теоретических условий, при которых этот постулат может выполняться, установление отношений теоретической эквивалентности условий интегрируемости функции агрегированного спроса с данными предположениями неоклассической теории;

в) Объекты подходящей математической конструкции должны, во-первых, обладать набором необходимых свойств для конструктивного задания «неупорядоченных сумм», описывающих индивидуальное производство (инвестиции) и потребление, а также реализующих нелинейность суммирования, и, во-вторых, позволить идентифицировать такую сумму как функцию коллективного благосостояния; важность данного требования согласуется с замечанием Дж. фон Неймана и О. Моргенштерна: «Следует помнить, какую роль в экономической литературе играет аддитивность значения или, скорее, ее нередкое отсутствие. Случаи, в которых значение, вообще говоря, не аддитивно, являются наиболее важными, но они представляют серьезные трудности при любом теоретическом подходе к ним; и нельзя сказать, что эти трудности удалось где-либо действительно преодолеть... игры, действительно представляющие интерес (существенные), имеют неаддитивную характеристическую функцию»<sup>2</sup>. В связи с тем, что предполагается существование подходящего математического объекта, удовлетворяющего предъявляемым требованиям аддитивности в отмеченном только что смысле, последующий анализ ориентирован на исследование дополнительных формальных свойств такого объекта с точки зрения их содержательной интерпретации и возможности теоретических предсказаний в отношении экономической динамики;

г) Требование установления формальных связей между используемыми ресурсами (возобновляемыми и условно лимитирующими ресурсами) и функцией благосостояния с рассмотрением экономической системы как открытой природно-антропоной системы (подобно открытым системам, рассматриваемым в математической экологии); по существу, вопрос сводится к приданию ресурсам характеристик времени функционирования системы – субстанциональному или «метаболическому времени» в определении А.П. Левича<sup>3</sup> – как потоку элементов изменчивости, т.е. формализуется собственно процесс «производства денег». В соответствии с подобным взглядом на экономическую динамику ставка процента рассматривается как исключительно денежный феномен, а выражение для денег может быть получено из уравнений состояния экономической системы, где параметром выступают используемые ресурсы;

е) Необходимо обоснование возможности и условий применимости вероятностных методов к макро и микроэкономической проблематике, а также определение тех неформализуемых областей, где количественное измерение экономических величин принципиально невозможно. Ввиду того, что состояния экономической системы характеризуются рисками событий и неопределенностями, которые не представляется возможным ни измерить, ни оценить классическими вероятностными методами – равным образом невозможности постулирования детерминированных отношений причинности в экономике с возможностью измерения всех возможных состояний экономической системы – предполагается, что стратегия макроуправления, определяемая инвариантным образом как стратегия комплексного управления рисками, может быть сформулирована математически с привлечением аппарата функций комплексного переменного, без придания рискам вероятностных смыслов на поле вещественных чисел, но с рассмотрением большего числа решений уравнений как возможных состояний экономической системы. Связь между «параметрами порядка» экономической системы и управляющими параметрами в теории оптимального управления устанавливается в виде «наиболее общих инвариантов», а именно этих самых рисков и неопределенностей; статистическое описание в такой постановке применимо к устойчивым состояниям принятия решений хозяйствующими индивидуумами безотносительно к т.н. «вероятностям индивидуальных предпочтений», что позволяет ввести в модель именно те оцениваемые величины, которые существенно влияют на состояние экономики, позволяя снять неопределенность при ее описаниях. Таким образом, комплексные компоненты необходимы для описания состояний эволюционирующей экономической системы, включая неопределенности и риски.

Сравнение случаев применения аппарата классической и некоммутативной теории вероятностей к исследуемым вопросам выходит за рамки настоящей работы.

Необходимо также отметить, что термин «лимитирующие ресурсы» заимствован из математической экологии, где под ним понимаются те ресурсы экосистемы, которые существенно необходимы для роста популяции – их отсутствие останавливает, а наличие возобновляет или поддерживает рост.

**Конструкция.** Приведем необходимые математические факты, цитируемые по тексту работ Е.В. Щепина

<sup>1</sup> Там же.

<sup>2</sup> Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение / Пер. с англ., под ред. и с доб. Н.Н. Воробьева. М.: Наука, 1970.

<sup>3</sup> Левич А.П. Моделирование природных референтов времени: метаболическое время // На пути к пониманию феномена времени: Конструкции времени в естествознании. Ч. 3. Методология. Физика. Биология. Математика. Теория Систем. М.: Прогресс-Традиция, 2009. С. 259–335.

«Об умножении бесконечных сумм» и «Greedy sums and Dirichlet series»<sup>1</sup>.

Индивидуальные решения, в результате которых возникают расходы на инвестиции и потребление (как личного характера, так и общественного характера), как правило, не составляют упорядоченные последовательности. Ввиду существования отмеченной проблемы аддитивности в экономике, естественным будет нелинейное суммирование неупорядоченных значений инвестиций и потребления в виде числового ряда или числового массива. Используя тот факт, что жадная сумма числового массива совпадает со значением «жадной дзета-функции числового массива»<sup>2</sup>

$$\sum_{i \in I} a_i |a_i|^z \text{ при } z \rightarrow +0, \tag{1}$$

и значение этой функции «совпадает со значением суммы ряда Дирихле массива  $\{a_{ij}\}$  в точке  $z$ »<sup>3</sup>, представим функцию благосостояния (функцию состояния агрегированной экономической системы) в виде жадной дзета-функции числового массива над индексным множеством от натурального ряда  $N$ , равным по численности населению Земли:

$$W_t(z) = \sum_{i=1}^N \Delta s_t^i |\Delta s_t^i|^z, \tag{2}$$

где  $\Delta s_t^i$  определяется как комплексная величина автотрофно-экологической полезности индивидуальных инвестиций и потребления в момент времени  $t$ . Эта величина характеризует использование индивидуальных ресурсов  $s_t^i$  и соответствующий вклад в коллективные инвестиции и потребление. Как новое понятие *автотрофно-экологическая полезность* характеризует здесь потенциальную возможность производить необходимую полезную работу при использовании возобновляемых ресурсов. Принимается следующая нормировка: сумма индивидуальных инвестиций и потребления  $s_t^i$  равна величине  $S_t$  экономической системы в целом:

$$\sum_{i=1}^N s_t^i = S_t \text{ при } s_t^i = |s_e^i| + |s_n^i| + |s_r^i|, \tag{3}$$

где  $s_e^i$  – индивидуальные экологические инвестиции и потребление,  $s_n^i$  – индивидуальные неэкологические инвестиции и потребление,  $s_r^i$  – плата за риск, ассоциированный с инвестициями и потреблением. Экономическая интерпретация жадной дзета-функции числового массива предполагает описание автотрофно-экологической полезности комплексным числом

$$\Delta s_t^i = a + ib = (s_e^i - |s_n^i|) + is_r^i. \tag{4}$$

Необходимо также постулировать следующие условия: 1) при  $s_e^i = s_t^i$  величина  $s_r^i$  равна нулю; 2)  $|s_n^i| > |s_r^i|$ ; 3) рост неэкологических инвестиций и потребления увеличивает плату за неопределенности и риск.

Таким образом, в отличие от аксиоматизации понятия полезности в терминах теории игр<sup>4</sup> с применением набора вероятностных рассуждений в ситуации «полной информации» и отсутствием неопределенности в системе индивидуальных предпочтений, автотрофно-экологическая полезность, напротив, определяется как мера риска в антропогенных воздействиях на среду обитания в предположении, что существуют риски событий, равно как и комбинаций событий, которые, как уже отмечалось выше, невозможно ни измерить, ни оценить классическими вероятностными методами. Тем самым делается отказ от аддитивных характеристических функций теории игр (применительно к «несущественным играм»). Польза от рассмотрения экономических явлений в форме игр сводится в такой постановке к тому, что возникающая коллективная игра человечества с природой потребует исключительно экологического описания, другими словами, чем более экологичным будет

<sup>1</sup> Щепин Е.В. Об умножении бесконечных сумм. М.: МИАН, 2004. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.mi.ras.ru/~scepin/greede.pdf>; Shchepin E. Greedy sums and Dirichlet series // Cornell University Library. 2011. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arXiv.org/abs/1110.5285v1>. «Определим числовой массив  $\{a_i\}_{i \in I}$  как индексированное множество комплексных чисел, где в качестве индексного множества выступает множество произвольной природы [в применении к экономической проблематике это натуральный ряд или множество людей, принимающих хозяйственные решения – Авт.]. «Массив  $\{a_i\}_{i \in I}$  называется жадно (greedy) суммируемым, если существует предел

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{i \in I} a_i [ |a_i| \geq \varepsilon ], \tag{a}$$

называемый жадной суммой массива и обозначаемый

$$\sum_{i \in I} a_i. \tag{b}$$

В целях последующего анализа также важными являются следующие факты, приводимые в упомянутых работах Е.В. Щепина: 1) «Любой абсолютно сходящийся числовой ряд жадно суммируем к своей обычной сумме, но для условно сходящегося ряда это условие гарантировано лишь тогда, когда члены ряда монотонно убывают по абсолютной величине; 2) «Если числовой массив  $\{a_i\}_{i \in I}$  жадно суммируем, то при любом  $z \in \mathbb{C}$  жадно суммируем массив  $\{a_i |a_i|^z\}_{i \in I}$ »; 3) «Формула

$$A(z) = \sum_{i \in I} a_i |a_i|^z \tag{c}$$

определяет в положительной полуплоскости функцию комплексного переменного  $A(z)$ , называемую *производящей функцией* числового массива («жадной дзета-функцией числового массива»), совпадающую с функцией, представленной ассоциированным с этим массивом рядом Дирихле. Существует предел  $\lim_{z \rightarrow +0} A(z)$  равный жадной сумме массива».

<sup>2</sup> Термин введен Е.В. Щепиным (см.: Shchepin E. Greedy sums and Dirichlet series // Cornell University Library. 2011. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arXiv.org/abs/1110.5285v1>).

<sup>3</sup> Щепин Е.В. Об умножении бесконечных сумм...; Он же. Лекции по анализу в НОЦ. Ряд и интеграл. М.: МИАН, 2010. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.mi.ras.ru/~scepin/lectures-noc.pdf>

<sup>4</sup> См.: Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Указ. соч.

язык экономических рассуждений, тем он будет более осмысленным.

Алгебраическая форма записи комплексного числа с мнимой частью, содержательно соотношенной с величиной рисков и неопределенностей как платой за риск, позволяет ввести данные определения эвристически, исходя из естественных экономических соображений. Условие *постоянной предельной полезности денег* будет в данном случае выражаться жадной суммой

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \sum_{|\Delta s_t^i| \geq \varepsilon} \Delta s_t^i = \sum_{i=1}^N s_t^i = S_t, \quad (5)$$

что предполагает  $\Delta s_t^i = s_e^i$ , описывая тем самым ситуацию наиболее производительного использования входящих ресурсов  $S_i$ . Также из (2) следует, что при  $z \rightarrow +0$  *цена ресурсов, или «жадная сумма», равна цене возврата ресурсов в биосферу. Сумма осциллирующего ряда, ограниченного количеством жителей Земли ( $N=7$  млрд. и более), выражается комплексным числом, абсолютное значение которого будет характеризовать состояние экономической с точки зрения отношений порядка, а вещественная часть – полезную работу, совершаемую человечеством в биосфере.*

Единственность содержательной интерпретации и обоснование  $\Delta s_t^i$  как величины *автотрофно-экологических инвестиций и сбережений* следует из интерпретации монотонно убывающего числового массива как подлежащих дифференциации условно лимитирующих ресурсов, рассматриваемых с точки зрения полезности денег. Величины  $\Delta s_t^i$  монотонно убывают по абсолютной величине в силу имущественной дифференциации населения планеты и ограничений, накладываемых на соотношение величин  $s_n^i$  и  $s_r^i$ . В то же время комплексная переменная  $z$  играет роль характеристики фактора роста, измеряемой по таким экономическим показателям, содержательно связанных с величиной  $S_e$ , как энергоёмкость. Главной методологическим вопросом при таком подходе является обоснование значений аргумента в показателе ряда, при этом постулирование соотношения

$$\operatorname{Re} z = \frac{S_e}{S} \leq 1 \quad (6)$$

позволяет рассматривать  $W(z)$  как функцию от используемых ресурсов. В этой связи комплексификация функции благосостояния с использованием конструкции жадной суммы «связывается» со сходимостью числового ряда в каждой точке  $z$  как переменной состояния экономической системы. При этом важным является то обстоятельство, что вычисления производятся в безразмерных единицах. Не только лишь теоретический интерес представляет также возможность экономической интерпретации условий сходимости (расходимости) жадной дзета-функции числового массива на бесконечности при  $N = \infty$  и различных значениях  $\operatorname{Re} z$ , а также возведение в степень самой функции (эти свойства могут интерпретироваться с точки зрения перспектив и «характера» хозяйственной деятельности на бесконечном полуинтервале времени).

Вывод выражения, аналогичного (2), следует также из экономических рассуждений при описании процесса принятия индивидуальных решений с различием двух типов инвестиций и потребления и допустимой вероятностной интерпретацией (рассмотрением статистического ансамбля с частотами пребывания в некотором состоянии принятия решений)<sup>1</sup>. Формулировка функции денег в терминах жадной суммы позволяет рассматривать условия интегрируемости агрегированной функции спроса в виде суммирования индивидуальных величин  $\Delta s_p^i$ , обладающих свойствами «эквивалентности». Расширение конструкции «жадной суммы» на случай комплексных невырожденных матриц, приведенное в работе Е.В. Щепина<sup>2</sup>, позволяет ввести как объект матрицу полезности.

Характерно, что тезис о существовании рисков, которые мы не в состоянии ни измерить, ни оценить в качестве эмпирического факта выражает фундаментальную метафизическую предпосылку, сформулированную С.Н. Булгаковым в «Философии хозяйства»: «...хозяйство есть процесс столь же материальный, сколь духовный». Чем лучше сбалансированы материальные и духовные (или психологические) оценки деятельности людей в виде неких параметров, тем более правильна социально-экономическая модель. Сформулируем технический вопрос, связанный с оценкой хозяйственного решения в момент его принятия. Как соотносить понятия полезности и риска, по возможности, не на «симплексе» распределения классической статистической модели, в

<sup>1</sup> Определим функцию благосостояния  $W$  как функцию от разности индивидуальных экологических и неэкологических инвестиций и потребления, а ее математическое ожидание в виде суммы интегралов (с разбиением констант  $s^i$  в момент времени  $t$  на типы потребления и учетом «бесконечных влияний» принимаемых хозяйственных решений на экономическую систему каждое принимаемое индивидуальное решение является экологическим и неэкологическим одновременно – как смесь состояний):

$$E W (\Delta s_t^i; a) = \sum_{i=1}^N \int_0^{\infty} s_i^{a+1} [(1 - 2 y_i(x)) |1 - 2 y_i(x)|^\alpha] F(dx), \quad (d)$$

при условиях:

$$s_i = s_e^i(x) + s_n^i(x), \quad s_e^i(x) = (1 - y_i(x))s_i, \quad 0 \leq y_i(x) \leq 1, \quad \int_0^{\infty} F(dx) = \int_0^{\infty} f(x)dx = 1. \quad (e)$$

Таким образом,

$$E W (\Delta s_t^i; a) = \sum_{i=1}^N \int_0^{\infty} s_i^{a+1} [(1 - 2 y_i(x)) |1 - 2 y_i(x)|^\alpha] F(dx) = \sum_{i=1}^N \Delta s_t^i |\Delta s_t^i|^a. \quad (f)$$

Принимая  $a_j$  равным

$$(1 - y_i(x)) = \frac{s_e^i}{s_i} \quad (g)$$

и полагая монотонно убывающий числовой ряд  $\{\Delta s_t^i\}$  на вещественной полуоси, получаем ряд для функции благосостояния – денег с числом переменных равных  $N$ .

<sup>2</sup> Щепин Е.В. Об умножении бесконечных сумм...; Он же. Лекции по анализу в НОЦ...

основе которой лежит допущение о «полной наблюдаемости» и абсолютной точности измерений параметров некоего объекта<sup>1</sup>. В экономике и управлении имеются свои соотношения неопределенности, связывающие понятия времени, прибыли, рисков. Потому для построения любой адекватной с точки зрения объяснения фактов и предсказательных возможностей экономической теории, необходимо обоснование допустимости применения классической или иной статистической модели с четким различием экономических явлений как объектов описания в рамках конкретных задач.

С учетом вышеизложенного приводимая как определение эрмитова матрица<sup>2</sup> полезности является лишь попыткой выразить едва ли формализуемый комплекс отношений, которые характеризуют полезную работу и потенциальные риски, создаваемые решениями отдельно взятого человека как субъекта хозяйства с точки зрения влияния этих рисков на состояние общей экономической системы в момент времени  $t$ :

$$W_t = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} s_e^i - |s_n^i| & -i s_r^i \\ i s_r^i & s_e^i - |s_n^i| \end{pmatrix} \quad (8)$$

вычисление функции благосостояния в этом случае производится по формуле жадной дзета-функции матричного массива:

$$W_t(z) = \sum_{i \in I_e} W_t^i |W_t^i|^z, \quad (9)$$

где  $|W_t^i|$  – модуль определителя матрицы больше или равен  $\varepsilon$  для множества  $i \in I$ , при условии:

$$s_t^i = \sqrt{|s_e^i|^2 + |s_n^i|^2 + |s_r^i|^2}. \quad (10)$$

Кризисным явлениям в экономике соответствует вырождение матрицы полезности, когда индивидуальные величины экологических инвестиций (потребления) и платы за риск равны. По всей видимости, существуют более точные представления матрицы полезности, связанные, подобно комплексным числам, с расширением поля вещественных чисел. Эти возможные вариации не меняют, однако, главного: поскольку деньги являются средством приращения полезностей, параметризация функции денег единственно возможна с использованием «естественного» параметра в виде автотрофно-экологической полезности. Определение этого нового экономического понятия требует учета неэкологических инвестиций и потребления, а также ассоциированных с ними рисков, что естественным образом выражается на языке абсолютных значений конструкции жадной суммы<sup>3</sup>.

*Продолжение следует*

<sup>1</sup> См.: Холево А.С. Статистическая структура квантовой теории. М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

<sup>2</sup> Эрмитова (или самосопряжённая) матрица – квадратная матрица, элементы которой являются комплексными числами, и которая, будучи транспонирована, равна комплексно сопряжённой:  $A^\dagger = \bar{A}^T$ . То есть для любого столбца  $i$  и строки  $j$  справедливо равенство  $a_{i,j} = \bar{a}_{j,i}$  или  $A = (\bar{A}^T)^\dagger = A^* = A^\dagger$ , где  $*$  – эрмитово сопряжение,  $\dagger$  – оператор эрмитового сопряжения (эрмитово-сопряжённая матрица или сопряжённо-транспонированная матрица – это матрица  $A^*$  с комплексными элементами, полученная из исходной матрицы  $A$  транспонированием и заменой каждого элемента комплексно-сопряжённым ему). (Прим. ред.)

<sup>3</sup> Существование функции денег можно проиллюстрировать в некотором смысле «спекулятивным» доказательством с применением следующей схемы финансовых рассуждений. Представим, что полезная работа всей мировой экономики выражается стоимостью опционов (подобно тому, как может стоимость отдельной компании оцениваться суммой опционов колл\* на ее проекты). Тогда возникает три обстоятельства, которые указывают на необходимость постоянной единой оценки стоимости этих опционов в виде уравнения состояния экономической системы: во-первых, опционы не могут иметь дату погашения, они существуют на бесконечном полуинтервале времени (все они – своего рода вечный «русский опцион»); во-вторых, они не могут представлять отдельные проекты, которые подлежат линейному суммированию, и, в-третьих, погашение этих опционов может «производиться» только самой природой, у которой собственно человечество и берет изначально займы ресурсы на приобретение самих опционов. Последнее указывает на то, что условия пролонгации такого «долга» и состоит в увеличении полезной работы (стоимости опционов, выраженной функцией состояния), производимой экономической системой. Но поскольку теория опционов оперирует с денежными ценами исполнения, не имея ввиду никакого изменения полезности, то альтернативу ей, с точки зрения этого анализа, могут составить функциональные интегралы по траекториям.

\* Опцион колл (англ. call option) – финансовое соглашение между двумя сторонами (покупателем и продавцом), которое даёт право (но не обязательство) купить в будущем оговоренное количество ценных бумаг или другого базового актива по установленной в контракте цене в течение ограниченного срока или отказаться от такой покупки. (Прим. ред.)

Модуль «жадной суммы» есть средство для инвариантного описания произвольных финансовых операций, включая азартные игры. Например, новые смыслы получает разрешение Санкт-Петербургского парадокса путем использования «морального ожидания» вместо математического ожидания. Если в случае теории игр это «означает численное определение полезности как логарифма облагаемых денег» (Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Указ. соч.), то ряд Дирихле как сумма экспонент позволяет определить деньги через логарифм абсолютной величины экологической полезности (как «более утонченной психологической системы» полезности) в показателе ряда. (Прим. авт.)

\* Санкт-Петербургский парадокс – парадокс, иллюстрирующий расхождение математического ожидания выигрыша с его «здравой» оценкой людьми; был впервые опубликован Даниилом Бернулли в «Комментариях Санкт-Петербургской Академии» (ранее ситуация была описана племянником Даниила, Николаем I Бернулли, в его переписке с французским математиком П. Монмором; иногда авторство парадокса приписывают Л. Эйлеру, связывая название с длительным пребыванием Эйлера в Петербурге). Рассматривается следующая задача. Вступая в игру, игрок платит некоторую сумму, а затем подбрасывает монету (вероятность каждого исхода – 50%), пока не выпадет орёл. При выпадении орла игра заканчивается, а игрок получает выигрыш, рассчитанный по следующим правилам. Если орёл выпал при первом броске, игрок получает  $2^0$ , при втором броске –  $2^1$  и т.д.: при  $n$ -ном броске –  $2^{n-1}$ . Нужно определить, какой размер вступительного взноса делает такую игру справедливой, то есть найти математическое ожидание выигрыша игрока. Парадокс заключается в том, что вычисленное значение этого справедливого взноса равно бесконечности, то есть выше любого возможного выигрыша. Разрешение парадокса возможно через ограничение количества игр и времени (ограничение внешнего мира) и через функцию полезности денег. (Прим. ред.)

## ЛИТЕРАТУРА

1. Булгаков С.Н. *Философия хозяйства* / Отв. ред. О. Платонов. М.: Институт русской цивилизации, 2009. Bulgakov S.N. (2009). *Filosofiya khozyaistva*. Отв. ред. О. Platonov. Institut russkoi tsivilizatsii. Moskva.
2. Вернадский В.И. *Биосфера и ноосфера*. М.: Айрис-Пресс, 2003. Vernadskii V.I. (2003). *Biosfera i noosfera*. Airis-Press. Moskva.
3. Кейнс Дж.М. *Общая теория занятости, процента и денег*. М.: Прогресс, 1978. Keins Dzh.M. (1978). *Obshchaya teoriya zanyatosti, protsenta i deneg*. Progress. Moskva.
4. Левич А.П. *Моделирование природных референтов времени: метаболическое время // На пути к пониманию феномена времени: конструкции времени в естествознании. Ч. 3. Методология. Физика. Биология. Математика. Теория систем*. М.: Прогресс-Традиция, 2008. С. 259–335. Levich A.P. (2009). *Modelirovanie prirodnykh referentov vremeni: metabolicheskoe vremya*. In: *Na puti k ponimaniyu fenomena vremeni: Konstruktsii vremeni v estestvoznanii. Ch. 3. Metodologiya. Fizika. Biologiya. Matematika. Teoriya Sistem*. Progress-Traditsiya. Moskva. Pp. 259–335.
5. Левич А.П. *Искусство и метод в моделировании систем*. М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. Levich A.P. (2012). *Iskusstvo i metod v modelirovanii sistem*. Institut komp'yuternykh issledovaniy. Moskva – Izhevsk.
6. Леонтьев В.В. *Экономические эссе*. М.: Политиздат, 1990. Leont'ev V.V. (1990). *Ekonomicheskie esse*. Politizdat. Moskva.
7. Подолинский С.А. *Труд человека и его отношение к распределению энергии*. М.: Белые Альвы, 2005. Podolinskii S.A. (2005). *Trud cheloveka i ego otnoshenie k raspredeleniyu energii*. Belye Al'vy. Moskva.
8. Моисеев Н.Н. *Кибернетическое описание эколого-экономических систем // Моисеев Н.Н. Избранные труды: В 2-х т. Т. 1. Гидродинамика и механика. Оптимизация операции и теория управления*. М.: Тайдекс Ко, 2003. Moiseev N.N. (2003). *Kiberneticheskoe opisanie ekologo-ekonomicheskikh sistem*. In: *Moiseev N.N. Izbrannye trudy: V 2-kh t. T. 1. Gidrodinamika i mekhanika. Optimizatsiya operatsii i teoriya upravleniya*. Taideks Ko. Moskva. 2003.
9. Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. *Теория игр и экономическое поведение* / Пер. с англ., под ред. и с доб. Н.Н. Воробьева. М.: Наука, 1970. Neiman Dzh. fon, Morgenshtern O. (1970). *Teoriya igr i ekonomicheskoe povedenie*. Per. s angl., pod red. i s dob. N.N. Vorob'eva. Nauka. Moskva.
10. Холево А.С. *Статистическая структура квантовой теории*. М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. Kholevo A.S. (2003). *Statisticheskaya struktura kvantovoi teorii*. Institut komp'yuternykh issledovaniy. Moskva – Izhevsk.
11. Щепин Е.В. *Об умножении бесконечных сумм*. М.: МИАН, 2004. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.mi.ras.ru/~scepin/greede.pdf> Shchepin E.V. (2004). *Ob umnozhenii beskonечnykh summ*. MIAN. Moskva. URL: <http://www.mi.ras.ru/~scepin/greede.pdf>
12. Щепин Е.В. *Лекции по анализу в НОЦ. Ряд и интеграл*. М.: МИАН, 2010. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.mi.ras.ru/~scepin/lectures-noc.pdf> Shchepin E.V. (2010). *Lektsii po analizu v NOTs. Ryad i integral*. MIAN. Moskva. URL: <http://www.mi.ras.ru/~scepin/lectures-noc.pdf>
13. Shchepin E. *Greedy sums and Dirichlet series* // Cornell University Library. 2011. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://arXiv.org/abs/1110.5285v1>.



*Меняла и его жена. Фрагмент.  
Художник М. ван Реймерсвале. 1539*